

# Компьютерная обработка результатов измерений

Лекция 1. Общие сведения об измерениях. Виды сигналов и методы их анализа.

Емельянов Эдуард Владимирович

Специальная астрофизическая обсерватория РАН  
Лаборатория физики оптических транзиентов



1 Физические измерения

2 Величины

3 Сигналы и их виды

4 Литература



# Физические измерения

Экспериментальное определение значения измеряемой величины с применением средств измерений называется **измерением**.

Важнейшей особенностью измерений является *принципиальная невозможность получения результатов измерения, в точности равных истинному значению измеряемой величины* (особенно эта особенность проявляется в микромире, где господствует принцип неопределенности). Эта особенность приводит к необходимости оценки степени близости результата измерения к истинному значению измеряемой величины, т.е. вычислять **погрешность измерения**.



# Величины

**Мерой** называется средство измерений, предназначенное для воспроизведения и хранения значения физической величины. Результатом сравнения оцениваемой вещи с мерой является именованное число, называемое **значением величины**.

## Физические величины

- постоянные (инварианты, константы, априорно фиксированные значения);
- изменяющиеся (по определенному закону от  $t$ );
- случайные (не имеющие точного значения).



# Величины

## Физические величины

Основные:

- длина (метр);
- масса (килограмм);
- время (секунда);
- сила электрического тока (Ампер);
- термодинамическая температура (Кельвин);
- количество вещества (моль);
- сила света (кандела).

Вспомогательные:

- плоский угол (градус);
- телесный угол (стерадиан).

Производные величины (например,  $1 \text{ Кл} = 1 \text{ А} \cdot \text{с}$ ).



**Размер** величины — ее количественная характеристика. Цель любого измерения — получение информации о размере физической величины.

**Размерность** — качественная характеристика измеряемой величины. Если с изменением основной величины в  $n$  раз производная изменится в  $n^p$  раз, то говорят, что данная производная единица обладает размерностью  $p$  относительно основной единицы. Например, размерность объема ( $\text{м}^3$ ) равна трем.

**Анализ размерностей** помогает установить связи между физическими величинами. Например: определить время падения тела под действием силы тяжести ( $g$ ) с высоты  $h$ .  $t = Ch^x \cdot g^y$ . Составим уравнение размерностей:  $T = L^x \cdot (LT^{-2})^y$ . Отсюда  $y = -1/2$ ,  $x = 1/2$ . Искомое выражение:  $t = C\sqrt{h/g}$  (как мы знаем,  $C = \sqrt{2}$ ).



# Виды измерений

- Прямые** при которых искомое значение физической величины получают непосредственно.
- Косвенные** на основании результатов прямых измерений других физических величин, функционально связанных с искомой величиной (например, измерение сопротивления при помощи вольтметра и амперметра).
- Совместные** проводимые одновременно для нескольких неоднородных величин для определения зависимости между ними (например, для измерения зависимости сопротивления от температуры,  $R = R_0(1 + AT)$ , измеряют  $R$  при нескольких разных  $T$ , откуда вычисляют  $R_0$  и  $A$ ).
- Совокупные** при которых искомые значения величин определяют путем решения системы уравнений, получаемых при измерениях этих величин в различных сочетаниях (например, измерение сопротивлений резисторов, соединенных треугольником).



# Виды измерений

**Равноточные** выполненные одинаковыми по точности средствами измерений.

**Неравноточные** выполненных различающимися по точности средствами измерений и (или) в разных условиях.

**Однократные, многократные** (в зависимости от возможности проведения повторных измерений).

**Статические** для величин, принимаемых в соответствии с конкретной измерительной задачей за неизменные на протяжении времени измерения.

**Динамические** для изменяющейся по размеру физической величины.

**Абсолютные** основанное на прямых измерениях одной или нескольких основных величин и (или) использовании значений физических констант.

**Относительные** сравнение с эталонными мерами.





# Методы измерений

**Метод непосредственной оценки** непосредственно по средству измерения со шкалой.

**Нулевой метод** такое сравнение с мерой, при котором результирующий эффект воздействия управляемой величины и меры сводят к нулю (например, измерение сопротивления при помощи моста Уитстона).

**Дифференциальный (разностный) метод** измеряемая величина сравнивается с эталоном, значение которого незначительно от нее отличается (например, взвешивание на рычажных весах с гирями).

**Метод измерения замещением** поочередное измерение величины и замещающей меры (пример: измерение сопротивления при помощи стабильного источника напряжения, амперметра и опорного резистора).



## Качество измерений

**Точность** — близость результатов к истинному значению измеряемой величины.

**Достоверность** — степень доверия к результатам измерения.

**Сходимость** — близость результатов при измерении одним и тем же методом в одинаковых условиях.

**Воспроизводимость** — близость результатов при измерении одним и тем же методом, но в разных условиях.

Пример: измерение толщины индикатором часового типа. Цена деления индикатора: 10 мкм. В результате измерений получили ряд данных: 1.71, 1.69, 1.60, 1.70, 1.72, среднее значение:  $(1.68 \pm 0.05)$  мм. Если отбросить явно ошибочное 1.60, получим:  $(1.71 \pm 0.01)$  мм. Для оценки воспроизводимости измерим штангенциркулем (с ценой деления 0.05 мм). Если в пределах погрешности получим 1.70 · 1.72 мм, то метод измерения дал хорошую воспроизводимость.

При измерении температуры терморезистором АЦП может обеспечить цену деления  $0.03^{\circ}\text{C}$ , однако, точность и воспроизводимость измерений будет определяться характеристиками самого терморезистора и измерительной схемы. Точность можно оценить по эталонному термометру в единичном измерении; воспроизводимость — по множеству измерений с прохождением контрольной точки "сверху" и "снизу".

# Формы представления результатов

## Общая форма представления

Точечная оценка результата измерения, характеристики погрешностей измерения, указание условий измерения.

Характеристики погрешностей указывают в абсолютных или относительных единицах. Этими характеристиками могут быть: среднее квадратическое отклонение погрешности; среднее квадратическое отклонение случайной погрешности; среднее квадратическое отклонение систематической погрешности; нижняя граница интервала погрешности измерений; верхняя граница интервала погрешности измерений; нижняя граница интервала систематической погрешности измерений; верхняя граница интервала систематической погрешности измерений; вероятность попадания погрешности в указанный интервал.



# Формы представления результатов

## Требования к оформлению результата

- Наименьшие разряды оценки и погрешности должны совпадать. Например: вместо  $x = 1.23 \pm 0.5$  пишем  $x = 1.2 \pm 0.5$ ; вместо  $y = 5.1 \cdot 10^4 \pm 25$  пишем  $(51.000 \pm 0.025) \cdot 10^3$ .
- Характеристики погрешностей выражаются числом, содержащим не более двух значащих цифр, причем с округлением в большую сторону. Например: вместо  $x = 1.014 \pm 0.111$  пишем  $x = 1.01 \pm 0.12$ .
- Допускается характеризовать погрешность числом с одной значащей цифрой (с округлением по классическому правилу).

Примеры:  $(8.334 \pm 0.012)$  г,  $P = 0.95$ . 32.014 мм, характеристики погрешностей и условия измерений по РД 50-98-86, вариант 7к.  $(32.010 \dots 32.018)$  мм,  $P = 0.95$ , измерение индикатором ИЧ 10 кл. точности 0 на стандартной стойке с настройкой по концевым мерам длины 3 кл. точности; измерительное перемещение не более 0.1 мм; температурный режим измерений  $\pm 2^\circ\text{C}$ . 72.6360 мм;  $\Delta_{\text{H}} = -0.0012$  мм,  $\Delta_{\text{B}} = +0.0018$  мм;  $P = 0.95$ .

# Представление результатов

## Табличное

Позволяет избежать многократной записи единиц измерения, обозначений измеряемой величины, используемых множителей. В таблицы, помимо основных измерений, могут быть включены и результаты промежуточных измерений.

Для удобства импортирования данных и одновременно наглядности чтения удобно хранить в формате TSV (tab separated values) или CSV (comma separated values). SED позволит легко преобразовать TSV/CSV в таблицу  $\text{\LaTeX}$ .

## Графическое

На основе графика легко можно сделать вывод о соответствии теоретических представлений данным эксперимента, определить вид функциональной зависимости измеряемой величины.



# Представление результатов

Таблица 3.4: Зависимость спектрального разрешения от геометрии прибора.

$\theta$	$\alpha$	$\beta$	$\cos \alpha$	$\cos \beta$	$M$	$\cos \theta$	$D$	$B$	$L_b$
11	75.3	53.3	0.2537	0.5976	0.4245	0.9816	0.7122	0.5960	64.8
10	74.3	54.3	0.2706	0.5835	0.4637	0.9848	0.7318	0.6336	59.3
9	73.3	55.3	0.2874	0.5693	0.5048	0.9877	0.7523	0.6710	
8	72.3	56.3	0.3040	0.5548	0.5479	0.9903	0.7740	0.7079	
7	71.3	57.3	0.3206	0.5402	0.5935	0.9925	0.7966	0.7450	
6	70.3	58.3	0.3371	0.5255	0.6415	0.9945	0.8205	0.7818	
5	69.3	59.3	0.3535	0.5105	0.6925	0.9962	0.8461	0.8185	
4	68.3	60.3	0.3697	0.4955	0.7461	0.9976	0.8730	0.8546	
3	67.3	61.3	0.3859	0.4802	0.8036	0.9986	0.9017	0.8912	
2	66.3	62.3	0.4019	0.4648	0.8647	0.9994	0.9323	0.9275	
1	65.3	63.3	0.4179	0.4493	0.9301	0.9998	0.9649	0.9639	



# Представление результатов

**Таблица 2.** Спектрографы скрещенной дисперсии в фокусе Кассегрена. Обозначения:  $D$  – диаметр телескопа;  $d$  – диаметр коллимированного пучка;  $\theta_b$  – угол блеска; disp – последовательность диспергирующих элементов по ходу лучей (ech – эшелле, gr – решетка, pr – призма, filt – фильтр);  $R$  – спектральное разрешение; Obs – обсерватория. \*) копии спектрографа Harvard Coll. Obs., использовавшегося на телескопе  $D = 1.52$  м)

Год	$D$ (м)	$d$ (см)	$\text{tg } \theta_b$	disp	$R$	Obs
1971	0.9	5.5	2	ech/gr	16000	Pine Bluff Obs. [175]
1976	0.91	5	2	pr/ech	40000	Goddard SFC [119]
1977	0.61	9	2	ech/gr	43000	Mt. John Obs. [80]
1978	0.9		2	pr/ech/pr	40000	Royal Greenwich [121]
1978	1.0	*	2	ech/gr	52000	Ritter Obs. [107]
1980	1.0	*	2	ech/gr	52000	Lowell Obs. [107]
1980	1.0		2	ech/gr	30000	Siding Spring Obs.
1981	1.0	7.7	2	ech/gr	54000	Vienna Obs. [196]
1982	0.61	*	2	ech/gr		Las Campanas [107]
1982	0.61	5	3.2	filt/ech	150000	Whipple Obs. [87]
1986	1.22		2	ech/gr	50000	Rangapur Obs.



# Представление результатов

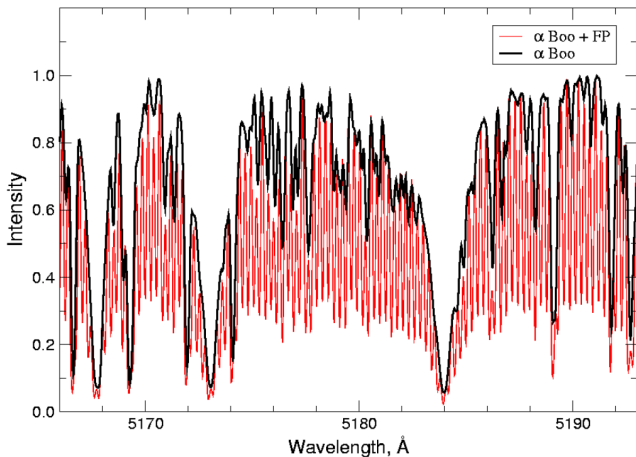


Рис. 4.7: Спектр Арктура с использованием эталона Фабри-Перо (тонкая линия) и без его применения (жирная линия).





# Представление результатов

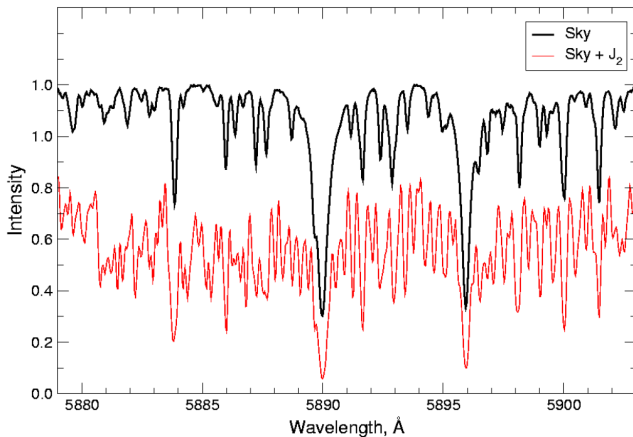


Рис. 4.8: Спектр неба с использованием абсорбционной ячейки на парах йода (тонкая линия) и без нее (жирная линия).



## Выбор типа графика

**График** подходит для изображения динамики какой-то зависимости, наглядной визуализации экстремумов, перегибов и прочих характерных мест (например, фотометрическая кривая).

**Столбцевая диаграмма** позволяет визуализировать различие в нескольких наборах данных (например, падение покупательной способности рубля с течением времени).

**Круговая диаграмма** лучше всего подходит для демонстрации вклада отдельных частей в целое (например, химический состав атмосферы звезды).

**Гистограмма** похожа на график с дискретным аргументом (например,  $0, 1, 2, \dots$  или  $0 - 9, 10 - 19, 20 - 29, \dots$ ). Гистограммы отлично характеризуют изображения.



## Визуализация в виде таблицы

Идеал — полное отсутствие таблиц в тексте. Исключения: данные в таблице — текст или пиктограммы.

Если в таблице слишком много данных, ее никто не будет читать.

Исключение — справочники (но они нынче в электронном виде).

## Программное обеспечение

Хорошо:  $\text{\LaTeX}$ , GNUplot, GNU Octave, R. . . .

Плохо: LibreOffice (Writer, Calc).

Ужасно: проприетарное ПО (M\$ Word и т.п.).



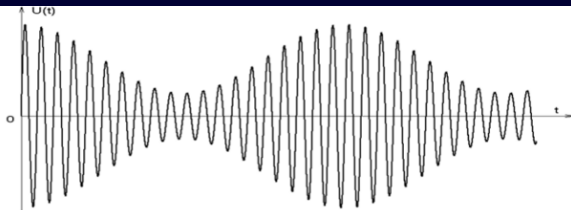
# Сигналы и их виды

Если некоторая изменяющаяся величина измеряется непрерывно (или квазинепрерывно), мы имеем дело с потоком информации, или **сообщением**. В теории информации физический процесс, значения параметров которого отображают передаваемое сообщение, называется **сигналом**.

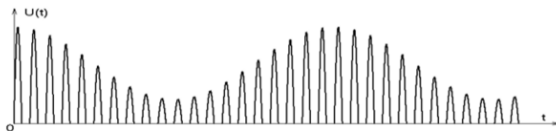
Модуляция–демодуляция. Зашумление. **Помехи**: аддитивные, мультипликативные, фазовые.



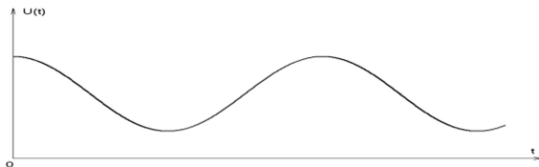
# Сигналы и их виды



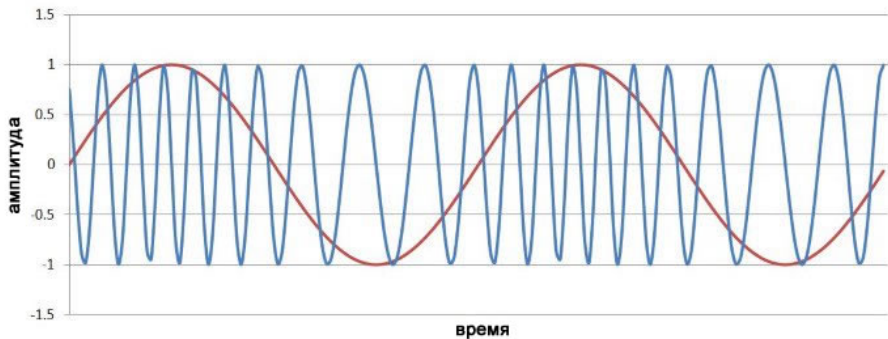
*a*



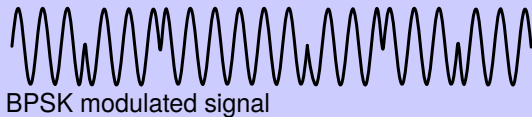
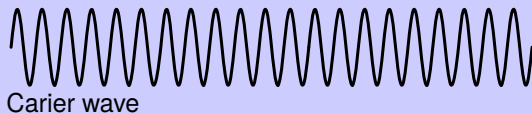
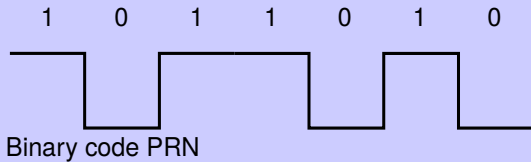
*б*



# Сигналы и их виды

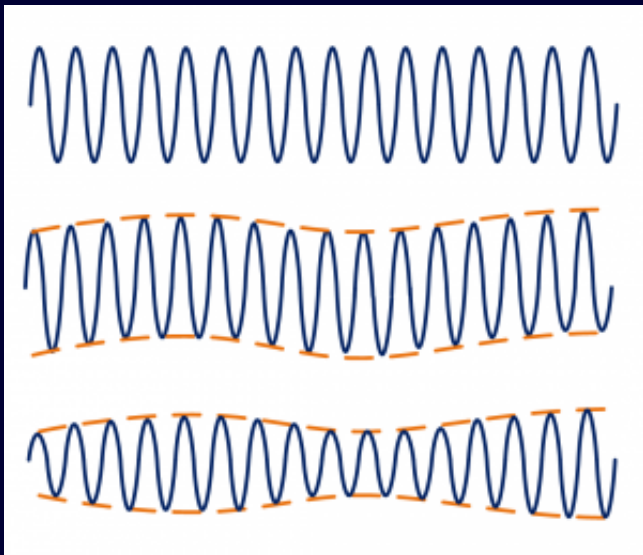


# Сигналы и их виды



# Сигналы и их виды

Add/mult





# Виды сигналов

## Аналоговый

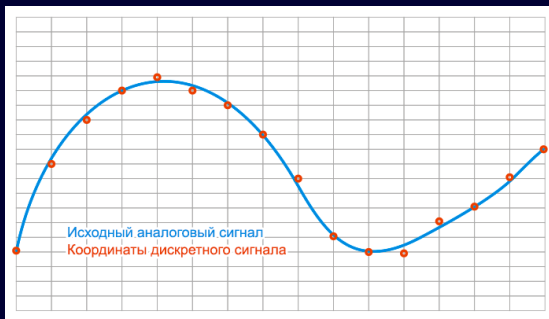
Описывается непрерывной (или кусочно–непрерывной) функцией  $x(t)$ :  
 $t \in [t_0, t_1]$ ,  $x \in [x_0, x_1]$ . Аудиосигналы, телевизионные сигналы и т.п.



# Виды сигналов

## Дискретный

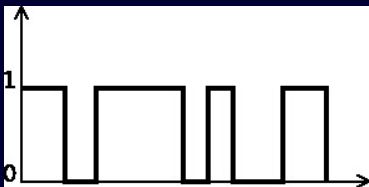
Описывается решетчатой функцией (последовательностью, временным рядом)  $x(nT)$ :  $x \in [x_0, x_1]$ ,  $n = \overline{1, N}$ ,  $T$  – интервал дискретизации. Величину  $f = 1/T$  называют частотой дискретизации. Если интервал дискретизации является постоянной величиной, дискретный сигнал можно задать в виде ряда  $\{x_1, \dots, x_N\}$ .



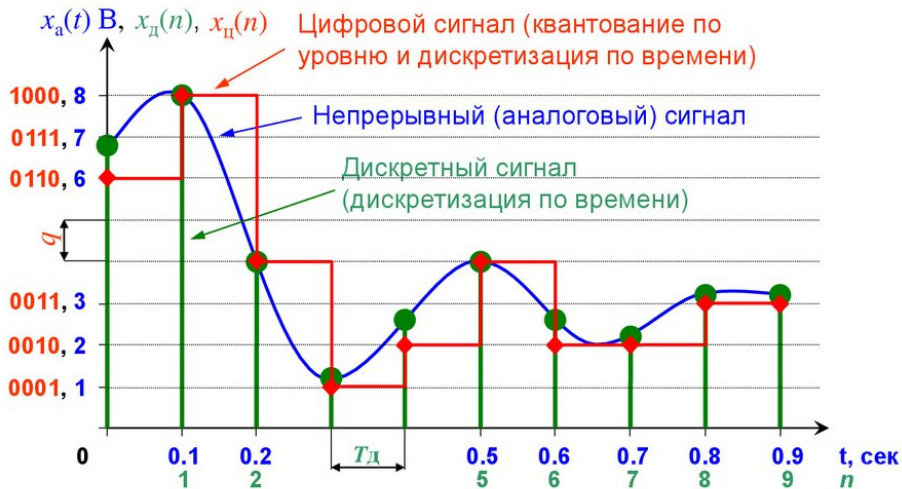
# Виды сигналов

## Цифровой

Описывается квантованной решетчатой функцией и отличается от обычного дискретного сигнала тем, что каждый уровень квантования кодируется двоичным кодом. Таким образом, если величина  $x \in [x_0, x_1]$  квантуется  $N$  разрядным кодом, для обратного представления из кода  $K_x$  в значение  $x$  применяется преобразование:  $x = x_0 + K_x \cdot (x_1 - x_0)/2^N$ . К цифровым сигналам относятся сигналы, используемые в системах связи с импульсно-кодовой модуляцией.



# Виды сигналов



$T_d = 1/f_d$  – шаг дискретизации,  $f_d$  – частота дискретизации,  $q$  – шаг квантования

# Дискретизация

Дискретизация строит по заданному аналоговому сигналу  $x(t)$  дискретный сигнал  $x_n(nT)$ , причем  $x_n(nT) = x(nT)$ . Операция **восстановления** состоит в том, что по заданному дискретному сигналу строится аналоговый сигнал.

## Теорема Котельникова–Найквиста

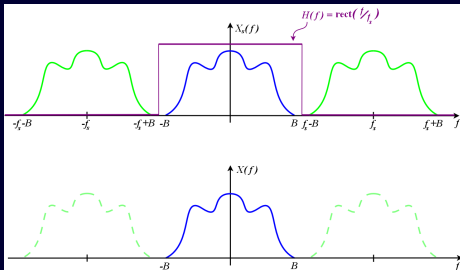
- любой аналоговый сигнал может быть восстановлен с какой угодно точностью по своим дискретным отсчётам, взятым с частотой  $f > 2f_c$ , где  $f_c$  – максимальная частота, которой ограничен спектр реального сигнала;
- если максимальная частота в сигнале равна или превышает половину частоты дискретизации (наложение спектра), то способа восстановить сигнал из дискретного в аналоговый без искажений не существует.



# Теорема Котельникова–Найквиста

$$\text{Фурье: } X_s(f) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{n=-\infty}^{\infty} T \cdot x(nT) e^{-i2\pi nTf}$$

$$\text{В окне: } X(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \cdot \underbrace{T \cdot \text{rect}(Tf) \cdot e^{-i2\pi nTf}}_{\mathcal{F}\left\{\text{sinc}\left[\frac{\pi}{T}(t-nT)\right]\right\}}$$



## Формула Уиттекера–Шеннона

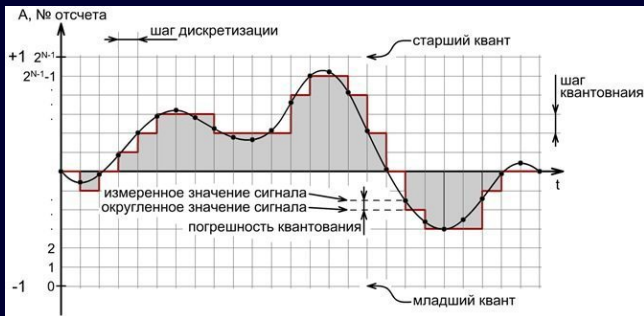
Восстановить непрерывную функцию из дискретной:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \cdot \text{sinc} \left[ \frac{\pi}{T}(t - nT) \right]$$



# Квантование

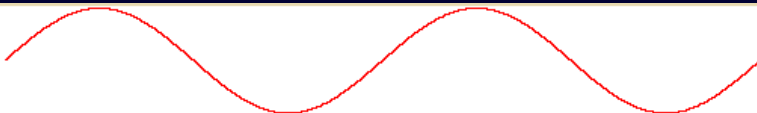
Для преобразования дискретного сигнала в цифровой вид применяется операция **квантования** или **аналогово–цифрового преобразования (АЦП)**, которая по заданному дискретному сигналу  $x_n(nT)$  строит цифровой кодированный сигнал  $x_d(nT)$ , причем  $x_n(nT) \approx x_d(nT)$ . Обратная квантованию операция называется операцией **цифро–аналогового преобразования (ЦАП)**.



# Квантование

Для преобразования дискретного сигнала в цифровой вид применяется операция **квантования** или **аналогово–цифрового преобразования** (АЦП), которая по заданному дискретному сигналу  $x_n(nT)$  строит цифровой кодированный сигнал  $x_d(nT)$ , причем  $x_n(nT) \approx x_d(nT)$ . Обратная квантованию операция называется операцией **цифро–аналогового преобразования** (ЦАП).

Что мы хотим  
получить



Генератор  
ШИМ



Сигнал после  
фильтра





# Основная литература

- Интернет–энциклопедия: <http://wikipedia.org> (Википедия).
- Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. — М.: Техносфера, 2012. — 1104 с.
- Витязев В.В. Вейвлет-анализ временных рядов: Учеб. пособие. — СПб.: Изд-во С.-Петербур. ун-та., 2001. — 58 с.
- Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С. Цифровая обработка изображений в среде MATLAB. — М.: Техносфера, 2006 — 616 с.
- Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. пособие для вузов. — Изд. 7-е, стер. — М.: Высш. шк., 2001. — 479 с.
- Говорухин В., Цибулин В. Компьютер в математическом исследовании. Учебный курс. — СПб.: Питер, 2001. — 624 с.
- Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов. — СПб.: Питер, 2005. — 604 с.
- Чен К., Джиглин П., Ирвинг А. MATLAB в математических исследованиях: Пер. с англ. — М.: Мир, 2001. — 346 с.



# Дополнительная литература

- Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. — М.: Высш. шк., 1987. — 630 с.
- Кнут Д. Э. Все про T<sub>E</sub>X./ Пер. с англ. М. В. Лисиной. — Протвино: АО RDT<sub>E</sub>X, 1993. — 592 с.: ил.
- Львовский С. М. Набор и верстка в системе L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X. — 3-е изд., испр. и доп. — М.: МЦНМО, 2003. — 448 с.
- Физическая энциклопедия/ Гл. ред. А.М. Прохоров. — М.: Сов. энциклопедия. Тт. I – V. 1988.
- Цифровая обработка сигналов: Справочник/ Л.М. Гольденберг, Б.Д. Матюшкин, М.Н. Поляк. — М.: Радио и связь, 1985. — 312 с., ил.
- <http://www.imageprocessingplace.com/>
- Pan G. W. Wavelets in electromagnetic and device modeling. — John Wiley & Sons, Inc., Hobocen, New Jersey, 2003. — 531 p.



# Спасибо за внимание!

**mailto**

[eddy@sao.ru](mailto:eddy@sao.ru)

[edward.emelianoff@gmail.com](mailto:edward.emelianoff@gmail.com)

