

# Компьютерная обработка астрономических изображений

## Фотометрия. Астрометрия.

Емельянов Эдуард Владимирович

Специальная астрофизическая обсерватория РАН  
Лаборатория физики оптических транзиентов



## 1 Фотометрия

- Апертурная фотометрия
- PSF-фотометрия
- Дифференциальная фотометрия
- Абсолютная фотометрия

## 2 Астрометрия

- SExtractor
- Астрометрия
- [astrometry.net](http://astrometry.net)



## Принципы фотометрии

Распределение света от звезды между пикселями неоднородное, зашумленное.

Для измерения полного потока от звезды, необходимо:

- определить положение звезды на изображении;
- при помощи маски выбрать те пиксели, которые принадлежат изображению именно этой звезды;
- просуммировать сигнал за вычетом фона.

## Центроид

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i I_i}{\sum I_i}, \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i I_i}{\sum I_i}, \quad I_i = S_i - B.$$

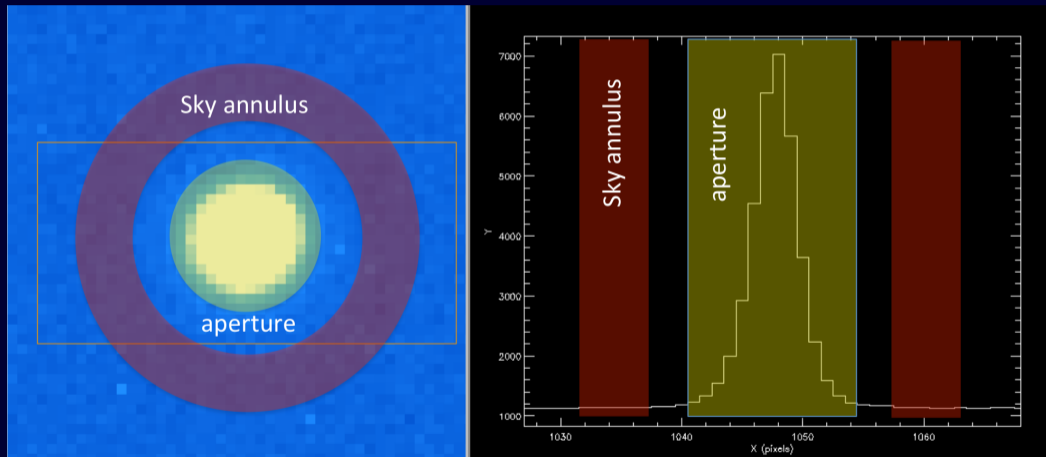
Задача детектирования звезд на изображении. Простейший способ построения маски бинаризацией по порогу в общем случае не годится.

Дифференциальные методы: лапласиан гауссианы и т.п. Морфологические операции. . .



## Апертурная фотометрия

Проблема: определить радиусы апертур (звезды и фона).

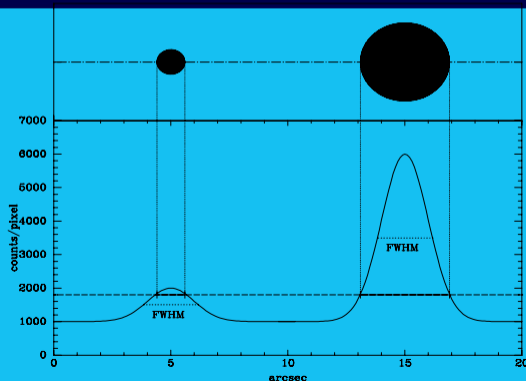


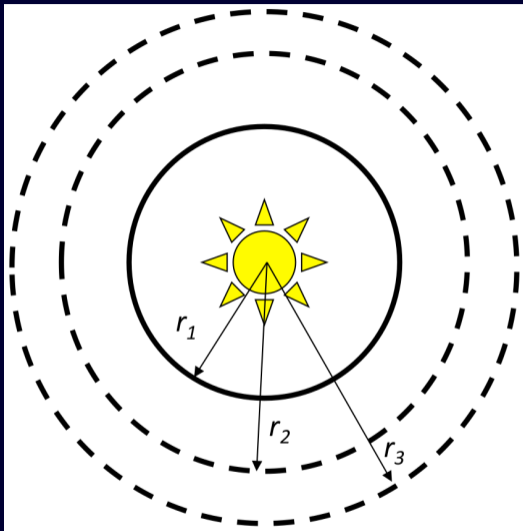
## Коррекция апертуры

Почему изображение яркой звезды шире: несмотря на совершенно одинаковую PSF у обеих звезд, при сечении одинаковым порогом яркая звезда всегда «больше». Увеличение апертуры  $\Rightarrow$  увеличение шумов, необходимо использовать как можно меньшую апертуру.

$$\Delta_N^{bright} = m(N \cdot \text{FWHM}) - m(1 \cdot \text{FWHM}) \Rightarrow m^{faint} = m(1 \cdot \text{FWHM}) + \Delta_N^{bright},$$

$m(x)$  – звездная величина на апертуре  $x$ .





## Модель апертурной фотометрии

Параметры звезды: уровень сигнала, координаты центра, полуширина.

Параметры фона: средний уровень сигнала,  $B$ .

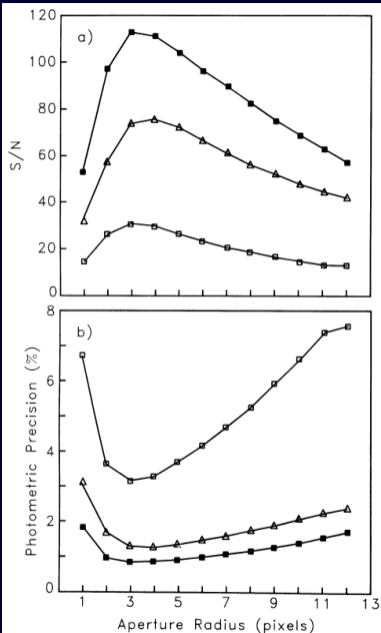
Параметры светоприемника: квантовая эффективность, шумы.

Радиусы апертур:  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$ .

$$m = \mathfrak{C} - 2.5 \lg(N_{star} - N_{sky}).$$

Наиболее оптимальным вариантом будет выбрать  $2 \cdot r_1$  равным средней по изображению FWHM звезд. В любом случае, потребуется апертурная коррекция результатов.

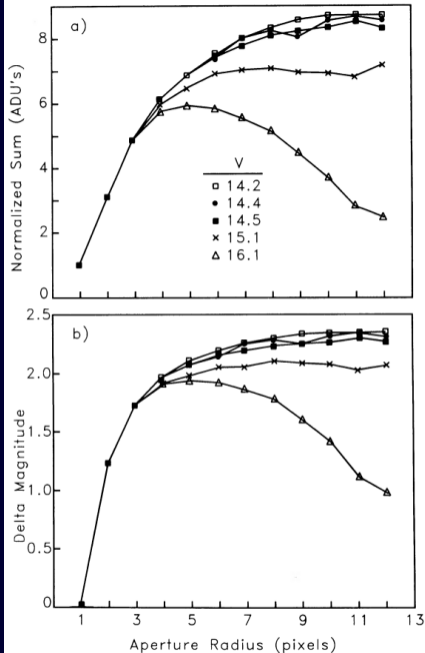




PASP, 1989 Steve B. Howell: «Two-dimensional aperture photometry: signal-to-noise ratio of point-source observations and optimal data-extraction techniques».

Масштаб:  $0.4''/\text{пиксель}$ . Звездные (инструментальные) величины: 14.2 (квадрат), 14.5 (треугольник), 16.1 (пустой квадрат). По б) видно, что у слабой звезды плохо выраженные крылья, что резко уменьшает точность при увеличении апертуры. Наибольшие SNR и точность достигаются при радиусе апертуры примерно равном  $\text{FWHM}/2$ .





## Кривые роста

Позволяют определить оптимальный радиус. На а) по вертикали отложена сумма сигнала в данной апертуре, деленная на ее площадь. Как только сигнал сравнивается с фоном, кривая идет вниз. На б) эти же величины в логарифмической шкале.

По интегральной кривой роста (не нормированной на количество пикселей) можно определить вид наиболее подходящей аппроксимирующей функции. Например, интегральные функции для одномерной гауссианы и моффата:

$$G(r) = 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right), \quad \text{FWHM} = 2\sigma\sqrt{2\ln 2};$$

$$M(r) = 1 - \left(1 + \frac{r^2}{\alpha^2}\right)^{1-\beta}, \quad \text{FWHM} = 2\alpha\sqrt{2^{1/\beta} - 1}.$$



## Основные выражения

$S = F + B + Q + E$ , где  $S$  – накопленный сигнал,  $F$  – сигнал от звезды,  $B$  – фон,  $Q$  – темновой ток,  $E$  – bias.

Суммарный сигнал от звезды:  $F_{\Sigma} = \sum F_i = \sum (S_i - [B_i + Q_i + E_i])$ .

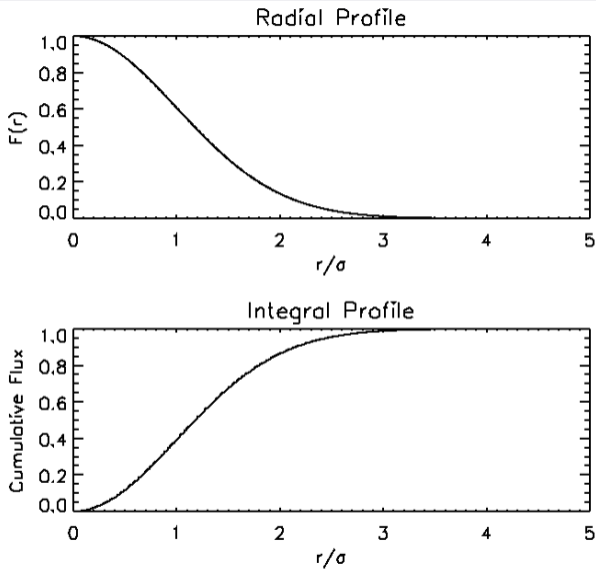
Шум:  $\sigma^2 = F_{\Sigma} + N(\overline{B} + \overline{Q} + \sigma_{RO}^2) + \sigma_{sky}^2$ ,  $N$  – количество пикселей маски звезды,  $\sigma_{RO}^2$  – шум считывания. Первый член отражает зависимость пуассонова шума от уровня сигнала.

$\sigma_{sky}^2 = N(\overline{B} + \overline{Q} + \sigma_{RO}^2)/N_{sky}$ ,  $N_{sky}$  – количество пикселей в маске фона.

$SNR = F_{\Sigma}/\sigma$ . Чем слабее звезда, чем больше уровень фона, чем больше  $N$  и меньше  $N_{sky}$ , тем худшим будет SNR.

Крайние случаи: «source limited» и «detector limited». SL: доминирует пуассонов шум фотонов, т.е.  $SNR \approx N_{\star}/\sqrt{N_{\star}} = \sqrt{N_{\star}} \propto \sqrt{t_{exp}}$ . DL: доминирует шум считывания светоприемника  $SNR \approx N_{\star}/\sqrt{N\sigma_{RO}^2} \propto N_{\star} \propto t_{exp}$ .



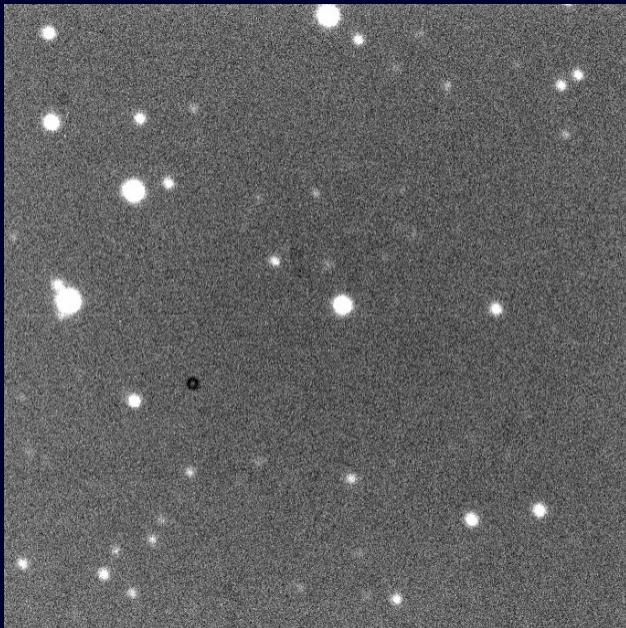


## Профили звезд

Средний по изображению профиль позволяет оценить радиусы апертур. Также поможет при апертурной коррекции.

Ошибка определения звездной величины:  $\sigma_m = 1.0857/\text{SNR}$ .

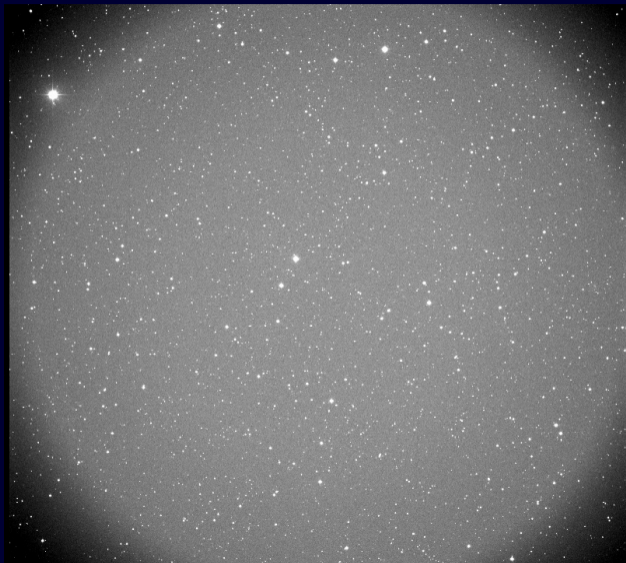




Кадр с фотометра-поляриметра  
ММРР, Zeiss-1000, CAO РАН.



# PSF-фотометрия (ФРТ)



0.5-метровый телескоп Astrosib,  
фокус Ньютона, CAO РАН. Поле  
примерно  $1.5^\circ \times 1.5^\circ$ .



# PSF-фотометрия (ФРТ)

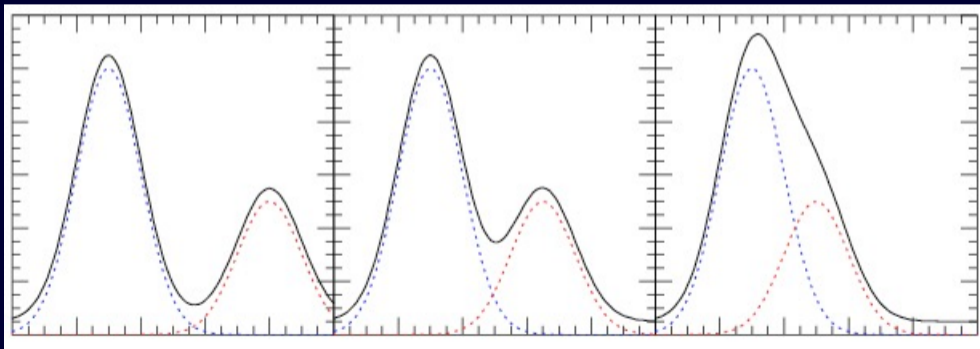


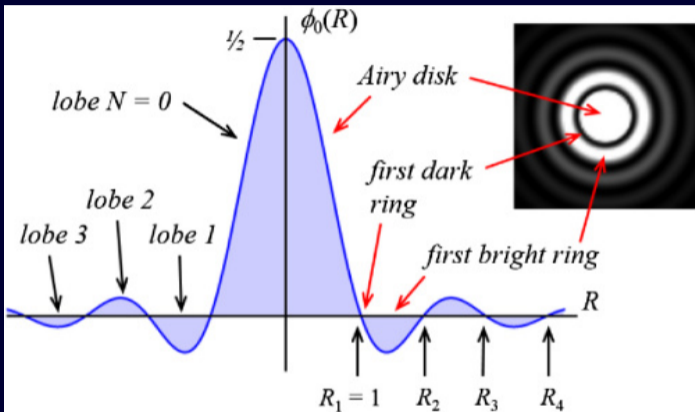
В тесных звездных полях невозможно простейшим способом выделить круговую апертуру фона около звезды. Вариант 1: по маске исключить звезды и (например, аппроксимацией В-сплайнами) точно выделить фон. Вариант 2: использовать PSF-фотометрию (осложняется на широких полях, т.к. PSF сильно меняется по полю).



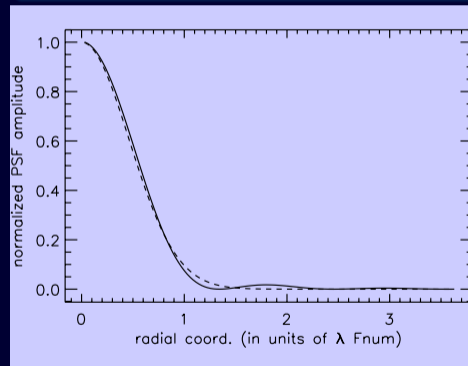
# PSF-фотометрия (ФРТ)

Аппроксимация изображений звезд одной из функций фитирования. В общем случае для ускорения задачи необходимо ограничить количество степеней свободы (например, заданием областей положения максимумов), особенно если звезд в кадре тысячи или даже десятки тысяч.

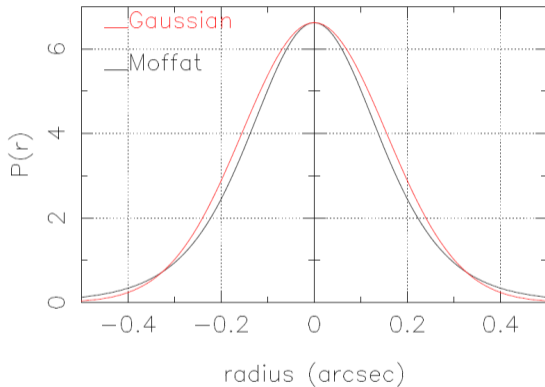




Диск Эйри — идеальная ФРТ вне атмосферы. Эйри (сплошная) и гауссиана (пунктир).



## Moffat & Gaussian General profiles



Спеклы. Распределения Гаусса (малые телескопы) и Моффата (большие) — близкие к идеальной ФРТ на наземных телескопах.

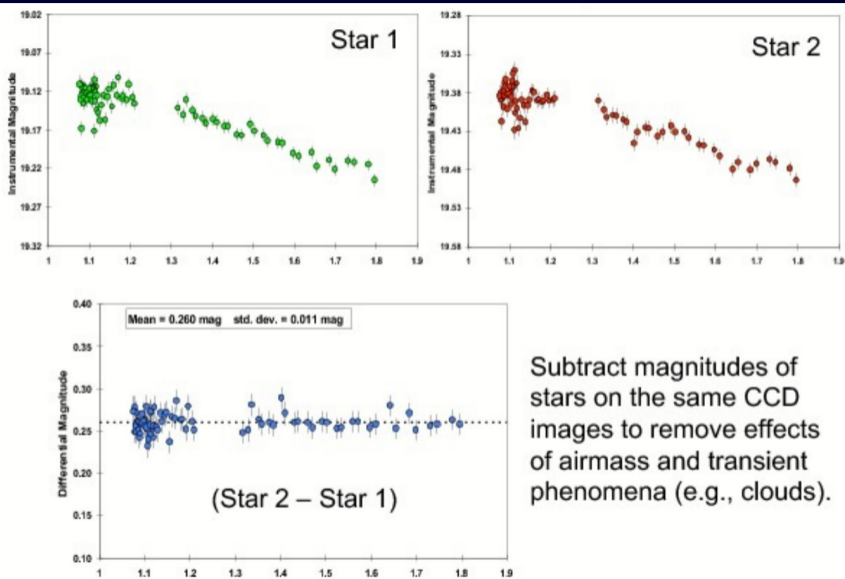
$$G(x, y) = \mathfrak{e} e^{-g}, \quad g = \frac{(x - x_0)^2}{2\sigma_x^2} + \frac{(y - y_0)^2}{2\sigma_y^2}.$$

$$M(x, y) = \mathfrak{e} \left( 1 + \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{\alpha^2} \right)^{\beta},$$

$\alpha > 0$  — масштаб,  $\beta > 1$  — форма.

Проблема: aberrации, вариация ФРТ по кадру.





## Абсолютная фотометрия

Если в кадре нет стандартов:

- провести как можно больше измерений различных стандартов в нужных фильтрах;
- диапазон воздушных масс стандартов должен перекрывать диапазон воздушных масс объектов;
- цвета стандартов не должны сильно отличаться от цветов объектов;
- по проведенным наблюдениям стандартов необходимо получить коэффициенты уравнений преобразования от инструментальных величин к стандартным;
- используя уравнения преобразований, преобразовать инструментальные величины объектов к стандартным.

Измерения стандартов необходимо производить с наибольшим SNR. Пусть фон неба — 100 фотонов на пиксель в секунду.  $\sigma_{sky} = \sqrt{100} = 10$ . Если мы измеряем объект  $N_{\star} = 10$  ф/п/с, то  $SNR = 1$ , т.е. наши измерения имеют уровень в  $1\sigma$ . При  $N_{\star} = 100$  ф/п/с  $SNR = 10$ , уровень измерений —  $10\sigma$ , что достаточно хорошо для научных измерений, но еще недостаточно для измерений стандартов (для них SNR около тысячи и выше).



## Уравнения преобразований

Пусть  $B, V, R, I$  — звездные величины стандартов,  $b, v, r, i$  — инструментальные,  $X$  — воздушная масса. Тогда получим наборы коэффициентов преобразования цветов,  $T$ ; коэффициентов атмосферной экстинкции,  $K$ ; нуль-пунктов,  $Z$ . Например, для цветов:

$$B - V = (b - v)T_{bv} + K_{bv}X + Z_{bv},$$

$$V - R = (v - r)T_{vr} + K_{vr}X + Z_{vr},$$

$$R - I = (r - i)T_{ri} + K_{ri}X + Z_{ri} \dots$$

Для полос:

$$B = bT_b + K_bX + Z_b,$$

$$V = vT_v + K_vX + Z_v \dots$$



# SExtractor

SExtractor (Source-Extractor)<sup>1</sup> — утилита поиска объектов на астрономическом изображении (Emmanuel Bertin). Позволяет выявлять звездоподобные и протяженные объекты, проводить простую фотометрию. Работает с умеренно переполненными полями. Синтаксис:

```
sex Image1 [Image2] -c configuration-file [-Parameter1 Value1 -Parameter2 Value2 ...]
```

Конфигурация по умолчанию: `sex -d > default.sex` (или `dd` для более интенсивного дампа).

Простая команда `sex` выведет краткую (очень) справку.

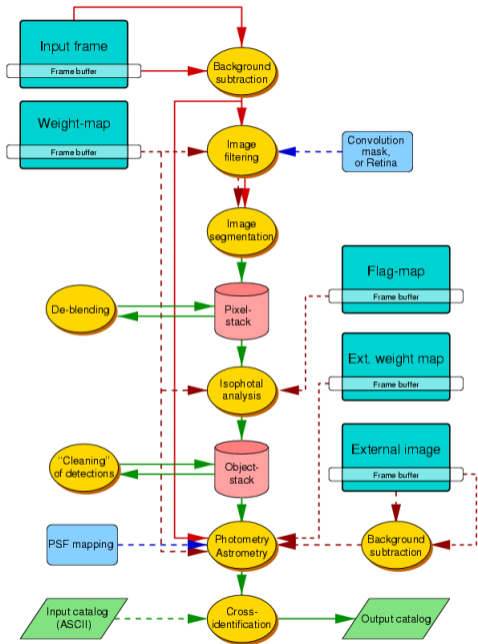
Измерения: барицентры по изофотам, апертурная фотометрия, аппроксимация модельной функции для поиска источников.

Обязательно к прочтению: «Source Extractor for Dummies» by Dr. Benne W. Holwerda.

---

<sup>1</sup><https://sextractor.readthedocs.io/>

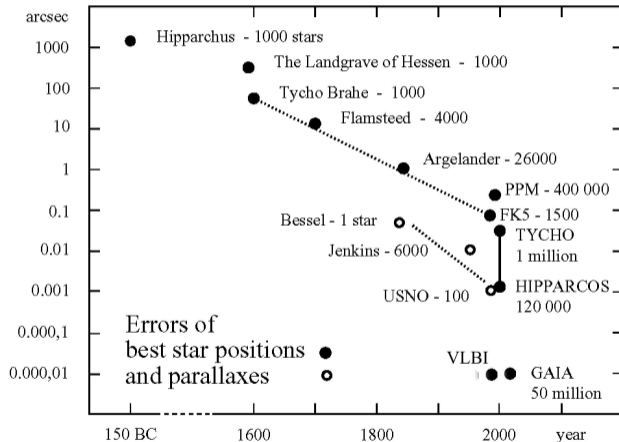




## Алгоритм

- Измерение фона и его RMS.
- Извлечение фона.
- Применение заданных фильтров.
- Поиск объектов (по порогу).
- Разделение «слившихся» объектов.
- Измерение их форм и положений.
- Выделение индивидуальных объектов.
- Фотометрия.
- Классификация (звезда или нет?).
- Формирование выходных файлов.





Астрометрия позволяет измерить точные координаты звезд на небе, а также определить их параллаксы и собственные движения. Первый каталог — Иппарх, точность не выше  $1^\circ$ . XVI век — Тихо Браге,  $1'$ . XVII век — точность в единицы секунд в очень малом поле. Параллаксы до Бесселя — 0! Микросекундной точности достиг запущенный в 1989 г. космический телескоп HIPPARCOS. Точность GAIA —  $0.00002''$  ( $20\mu as$ ) — толщина человеческого волоса с расстояния в 1000 км!



## Каталоги

- 1 **HIPPARCOS** — звезды до  $m_V = 7.3^m$ , точность астрометрии до  $1 \div 3 \text{ mas}$  (J1991.25). Полосы В и V для 188 тыс звезд. Собственные движения (PM)  $\sim 1 \div 2 \text{ mas/y}$ .
- 2 **TYCHO-2** — до  $m_V = 11^m$ , точность  $10 \div 100 \text{ mas}$ . 2.5 млн. звезд, PM  $\sim 1 \div 3 \text{ mas/y}$ .
- 3 **USNO B 1.0** — до  $m_V = 21^m$ , фотометрический каталог с точностью до  $0^m.3$ . Свыше миллиарда объектов.
- 4 **2MASS** — 470 миллионов объектов, точность до  $70 \text{ mas}$ . Полосы J, H и K. Без PM.
- 5 **SDSS** — фотометрический каталог четверти неба в пяти фильтрах, 287 миллионов объектов. Включает спектры галактик и квазаров.  
Библиотеки SOFA и ERFA (одно и то же с разными лицензиями) позволяют преобразовывать координаты между эпохами и вычислять видимое место.



```

WCSAXES =                2 / no comment
CTYPE1  = 'RA--TAN-SIP' / TAN (gnomic) projection + SIP distortions
CTYPE2  = 'DEC--TAN-SIP' / TAN (gnomic) projection + SIP distortions
EQUINOX =                2000.0 / Equatorial coordinates definition (yr)
LONPOLE =                 180.0 / no comment
LATPOLE =                 0.0 / no comment
CRVAL1  =                108.774262346 / RA of reference point
CRVAL2  =                1.00291905897 / DEC of reference point
CRPIX1  =                1913.62332153 / X reference pixel
CRPIX2  =                2259.99996948 / Y reference pixel
CUNIT1  = 'deg'          / X pixel scale units
CUNIT2  = 'deg'          / Y pixel scale units
CD1_1   =                1.93656168178E-05 / Transformation matrix
CD1_2   =                0.000375521234425 / no comment
CD2_1   =                0.000374992628831 / no comment
CD2_2   =                -1.99221412252E-05 / no comment
IMAGEW  =                4152 / Image width, in pixels.
IMAGEH  =                4128 / Image height, in pixels.
A_ORDER =                 2 / Polynomial order, axis 1
A_0_0   =                 0 / no comment
A_0_1   =                 0 / no comment
A_0_2   =                2.23413532844E-07 / no comment
A_1_0   =                 0 / no comment
A_1_1   =                7.05215731575E-07 / no comment
A_2_0   =                -8.60578324599E-07 / no comment
B_ORDER =                 2 / Polynomial order, axis 2
B_0_0   =                 0 / no comment
B_0_1   =                 0 / no comment
B_0_2   =                1.80616011802E-06 / no comment
B_1_0   =                 0 / no comment
B_1_1   =                -1.41943171715E-06 / no comment
B_2_0   =                1.0330722919E-06 / no comment
AP_ORDER=                 2 / Inv polynomial order, axis 1
AP_0_0   =                -0.00132844758312 / no comment
AP_0_1   =                -9.98719770897E-07 / no comment
AP_0_2   =                -2.23862742222E-07 / no comment
AP_1_0   =                6.90285387795E-06 / no comment
AP_1_1   =                -7.06270593524E-07 / no comment
AP_2_0   =                8.62112722212E-07 / no comment
BP_ORDER=                 2 / Inv polynomial order, axis 2
BP_0_0   =                0.0089967131973 / no comment

```

## WCS

WCS — World Coordinate System. ICRS — International Celestial Reference System (привязка к барицентру Солнечной системы).

Ключевые слова WCS в FITS-шапке

позволяют осуществить однозначную привязку пиксельных координат к мировым (и обратно).

Для линейных преобразований: **CTYPE<sub>i</sub>** – тип оси, **CRPIX<sub>i</sub>** – опорный пиксель (в пиксельных координатах), **CRVAL<sub>i</sub>** – значение мировых координат в этом пикселе ( $1 - \alpha$ ,  $2 - \delta$ ),

**CDELT<sub>i</sub>** – масштаб по соответствующей оси,

**CROTA2** – угол поворота, **CD<sub>i</sub>\_j** – матрица коэффициентов, описывающих поворот осей и масштаб, **CUNIT<sub>i</sub>** – единицы измерения по данной оси.



## Простейший случай

Обозначим **CRPIX** –  $p$ , **CRVAL** –  $v$ , **CDELTA** –  $d$ , **CROTA2** –  $r$ , **CD** –  $c$ , тогда

$$\begin{cases} \alpha = d_1(x - p_1) \cos r - d_2(y - p_2) \sin r, \\ \delta = d_1(x - p_1) \sin r + d_2(y - p_2) \cos r; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = c_{11}(x - p_1) - c_{12}(y - p_2), \\ \delta = c_{21}(x - p_1) + c_{22}(y - p_2). \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 \cos r & -d_2 \sin r \\ d_1 \sin r & d_2 \cos r \end{pmatrix}$$

Пакет `wcstools`. Утилиты `xy2sky` и `sky2xy`.  
Полный список: `man wcstools` или утилита `wcstools.imcat` отображает объекты из каталогов (каталоги необходимо сохранить в поддиректории `/data/astrocat/`). `imhead` – отобразить шапку. И множество других утилит для работы с WCS и шапкой файлов. Утилита `ds9` имеет возможность отображать объекты из различных каталогов.



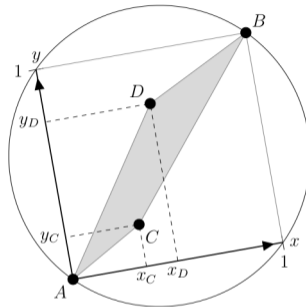
## Построение базы данных.

- 1 Используя астрометрические каталоги построить базу данных особого вида признаков (хешей).
- 2 Хеши должны быть масштабируемыми для ускорения поиска по разным изображениям.
- 3 Функция сравнения хешей должна учитывать погрешности каталогов, шум и аберрации изображений.
- 4 На изображениях вполне могут находиться звезды, которых нет в каталогах и обратно: часть звезд может отсутствовать.
- 5 Функция сравнения хешей должна быть устойчивой и однозначной.
- 6 Вначале на снимке ищутся эти самые признаки, по ним определяются масштаб, ориентация и координаты изображения. Далее происходит собственно астрометрия.



- 7 Хешами служит набор чисел, определяющих относительные координаты внутренних двух звезд внутри квадрата, сформированного внешними двумя. В результате образуется четырехмерный код, характеризующий данный признак. Зеркалирование изображения приводит к зеркалированию кода, приводя к вырождению признака относительно зеркалирования, однако, хеш инвариантен к масштабированию, переносу и повороту.
- 8 Для равномерно распределенных в пространстве звезд хеши равномерно распределены в 4D.
- 9 Хеш строится лишь по таким четверкам примерно одинаковой яркости, где C и D внутри круга AB.
- 10 Каталоги: USNO-B (миллиард объектов) и TYCHO-2 (2.5 млн ярчайших звезд).
- 11 Небесная сфера последовательно масштабируется, для каждого масштаба отбирается несколько ярчайших признаков соответствующих масштабу размеров.
- 12 Объекты каждой ячейки кодируются и образуют четырехмерное дерево.





(Dustin Lung, PhD thesis)

Figure 2.1: The geometric hash code for a “quad” of stars,  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , and  $D$ . Stars  $A$  and  $B$  define the origin and  $(1,1)$ , respectively, of a local coordinate system, in which the positions of stars  $C$  and  $D$  are computed. The coordinates  $(x_C, y_C, x_D, y_D)$  become our geometric hash code that describes the relative positions of the four stars. The hash code is invariant under translation, scaling, and rotation of the four stars.



## Процедура астрометрии.

- 1 Идентификация объектов на изображении и определение координат звезд (например, используя SExtractor).
- 2 Обнаружение всех подходящих квадратов и вычисление соответствующих им хешей.
- 3 Поиск совпадений (с заданной точностью) в базе данных.
- 4 Если пара квадратов отождествлена, по остальным проводится уточнение ориентации положения и масштаба кадра.
- 5 Если отождествлен лишь один квадрат, поиск считается неудачным.
- 6 Для ускорения поиска желательно указать диапазон масштабов изображения, примерные координаты центра и допуск на радиус поиска.



# Спасибо за внимание!

**mailto**

eddy@sao.ru

edward.emelianoff@gmail.com

