

Компьютерная обработка результатов измерений

Лекция 7.3. Обработка астрономических изображений

Емельянов Эдуард Владимирович

Специальная астрофизическая обсерватория РАН
Лаборатория обеспечения наблюдений

5 апреля 2021 года



- 1 Сигнал–шум
- 2 Деконволюция
- 3 Обнаружение
- 4 Анализ разреженных данных
- 5 Робастные методы



SNR

$$\text{SNR} = \frac{N}{\sqrt{N}} = \sqrt{N}, \quad N = N_{star} + N_{sky} \quad \Rightarrow$$

$$\text{SNR} \approx \frac{N_{star}}{\sqrt{N_{star} + 2N_{sky}}}, \quad N = t_{exp} \cdot R \quad \Rightarrow$$

$$\text{SNR} \approx \frac{R_{star} \sqrt{t_{exp}}}{\sqrt{R_{star} + 2R_{sky}}} \quad \Rightarrow \quad \text{SNR} \propto \sqrt{t_{exp}}$$

$$R = R_0 \cdot S_{mirror} \propto D_{mirror}^2 \quad \Rightarrow \quad \text{SNR} \propto D_{mirror}$$

N_{meas} коротких экспозиций вместо одной: $\sigma_{mean} = \frac{\sigma_{individ}}{\sqrt{N_{meas}}} \propto \frac{\sqrt{S}}{N_{meas}}$

$$\text{SNR}_{mean} = \frac{S/N_{meas}}{\sigma_{mean}} \propto \sqrt{S} = \text{SNR}_{long} \quad \text{только если } \sigma \approx \sigma_{phot}!!!$$

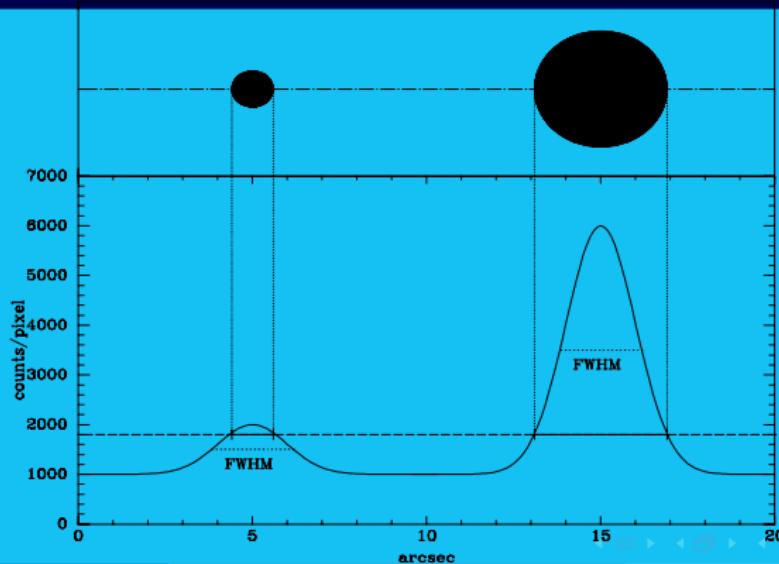


Коррекция апертуры

Почему изображение яркой звезды шире: несмотря на совершенно одинаковую PSF у обеих звезд, при сечении одинаковым порогом яркая звезда всегда «больше». Увеличение апертуры \Rightarrow увеличение шумов, необходимо использовать как можно меньшую апертуру.

$$\Delta_N^{bright} = m(N \cdot \text{FWHM}) - m(1 \cdot \text{FWHM}) \quad \Rightarrow \quad m^{faint} = m(1 \cdot \text{FWHM}) + \Delta_N^{bright}$$

$m(x)$ – звездная величина на апертуре x .



Деконволюция

$$I(x, y) = P(x, y) * O(x, y) + N(x, y), \quad P - \text{PSF} \quad \text{или}$$

$$\mathcal{F}(I) = \mathcal{F}(O) \cdot \mathcal{F}(P) + \mathcal{F}(N) \quad \Rightarrow \quad \mathcal{F}(O) = \frac{\mathcal{F}(I) - \mathcal{F}(N)}{\mathcal{F}(P)}$$

Наименьшие квадраты: $\mathcal{F}(O) = \frac{\mathcal{F}(P)^* \mathcal{F}(I)}{|\mathcal{F}(P)|^2}$

Регуляризация Тихонова, $\min(J_T)$ (H – HPF): $J_T = ||I - P * O|| - \lambda ||H * O||$,

$$\mathcal{F}(O) = \frac{\mathcal{F}(P)^* \mathcal{F}(I)}{|\mathcal{F}(P)|^2 + \lambda |\mathcal{F}(H)|^2}$$



Деконволюция

Регуляризация по Байесу

$$p(O|I) = \frac{p(I|O) \cdot p(O)}{p(I)}$$

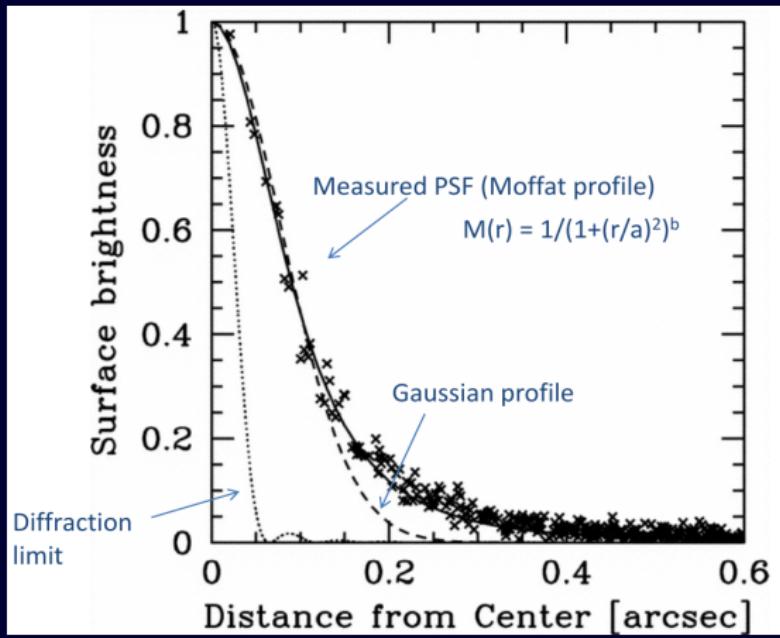
Maximum likelihood: $\text{ML}(O) = \max_O p(I|O)$

Maximum-a-posteriori solution: $\text{MAP}(O) = \max_O p(I|O) \cdot p(O)$

- Итерационная регуляризация
- Вейвлет-регуляризация
- ...



Функция рассеяния точки



Функция рассеяния точки

- Гаусс: $f(x) = f_0 \exp\left(\frac{-(x - x_0)^2}{2\sigma^2}\right)$, FWHM $\approx 2.355\sigma$
- Моффат: $f(x) = f_0 \left(1 + \frac{(x - x_0)^2}{\alpha^2}\right)^{-\beta}$, FWHM $\approx 2\alpha\sqrt{2^{1/\beta} - 1}$
- Фрид: $\mathcal{F}(f) \propto \exp\left[-(bu)^{5/3}\right]$, FWHM $\approx 2.921b$ (Моффат с $\beta = 4.765$, типичные же $\beta = 2.5 \dots 4.5$).



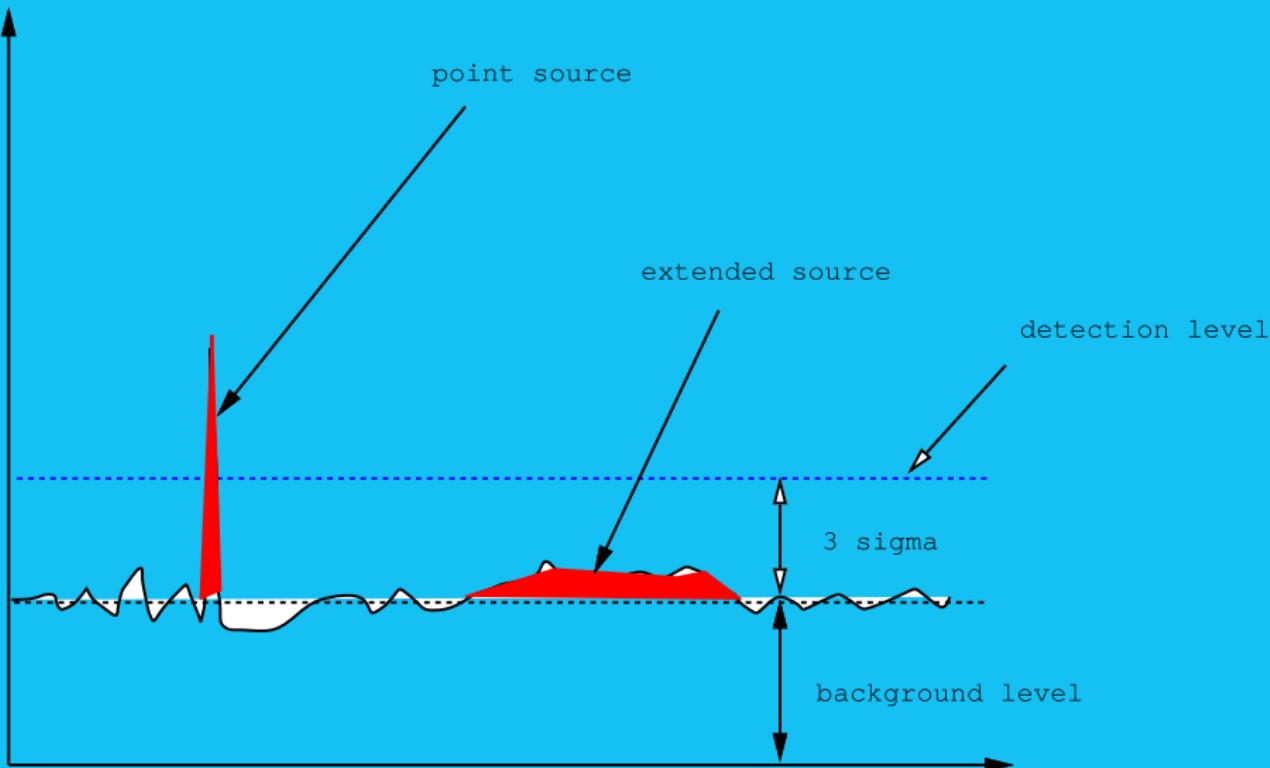
Обнаружение

Простейший алгоритм

- 1 Вычисление и вычитание фона
- 2 Свертка с маской и бинаризация
- 3 Обнаружение связных областей
- 4 Уточнение фона, goto 1
- 5 Классификация, фотометрия и т.п.



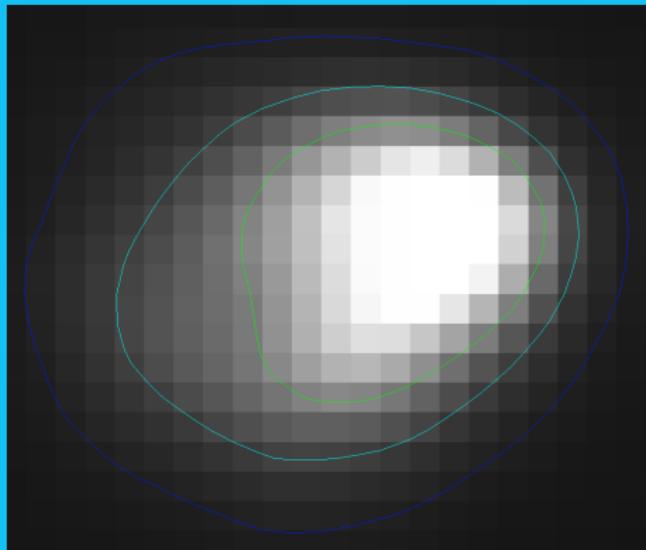
Flux



Изофоты

Метод шагающих квадратов

Бинаризуем изображение по заданному порогу. По соседям каждого пикселя вычисляем битовую маску ($0 \div 15$). От точки $1 \div 14$ строим изолинию, соответственно меняя значения в пикселях маски. Каждый узел изолинии — линейная или другая интерполяция интенсивности в пикселях оригинала.



Изофоты

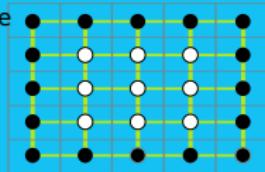
1	1	1	1	1
1	2	3	2	1
1	3	3	3	1
1	2	3	2	1
1	1	1	1	1

Threshold
with iso-value



0	0	0	0	0
0	1	1	1	0
0	1	1	1	0
0	1	1	1	0
0	0	0	0	0

Binary image
to cells



Give every cell a
number based on
which corners are
true/false

8
4
1
2



13	12	12	14	
9	0	0	6	
9	0	0	6	
11	3	3	7	

Look up the contour
lines in the database
and put them in
the cells



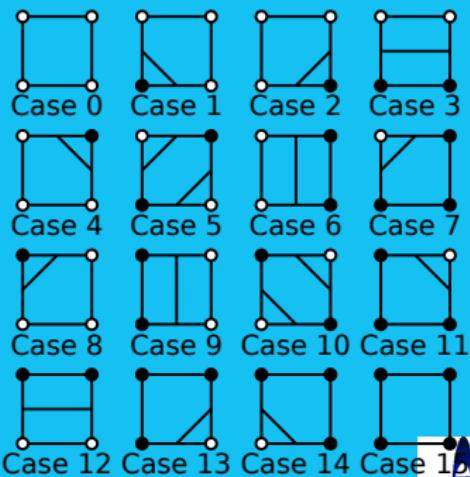
1	1	1	1	1
1	2	3	2	1
1	3	3	3	1
1	2	3	2	1
1	1	1	1	1

Look at the original
values and use linear
interpolation to
determine a
more accurate position
of all the line end-points

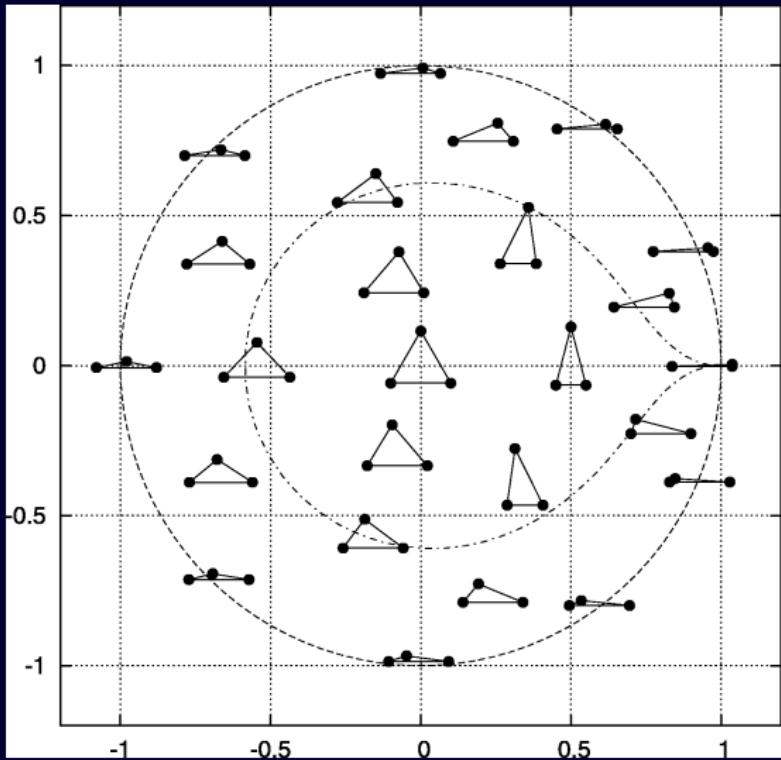


1	1	1	1	1
1	2	3	2	1
1	3	3	3	1
1	2	3	2	1
1	1	1	1	1

Look-up table contour lines



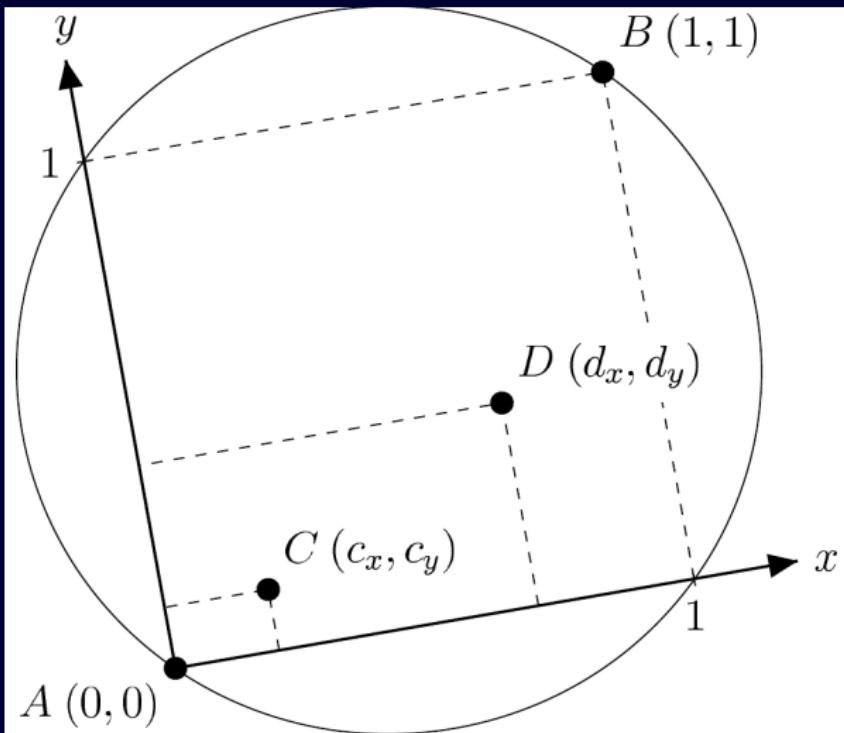
WCS-привязка



A. Pál, G.Á. Bakos. PASP 118: 1474–1483, 2006.



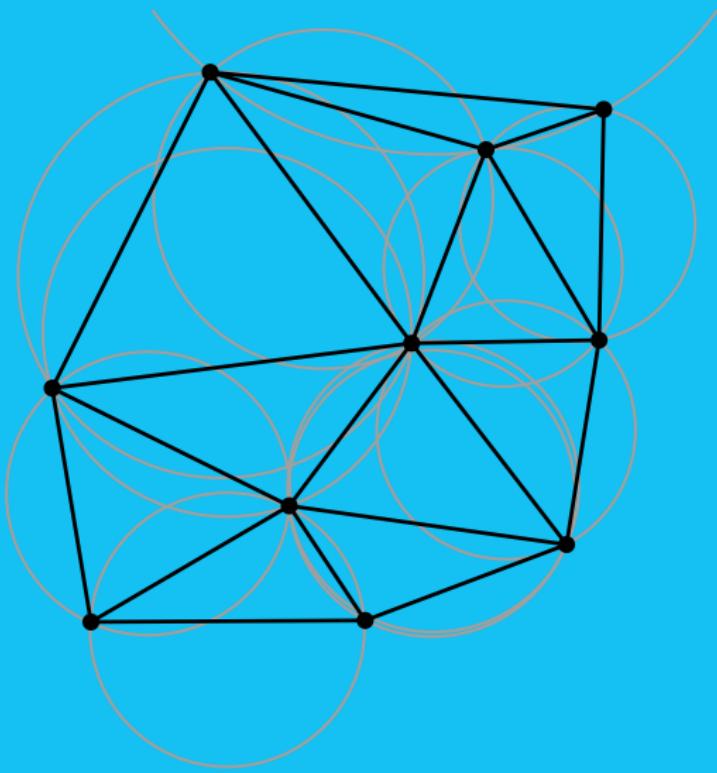
WCS-привязка



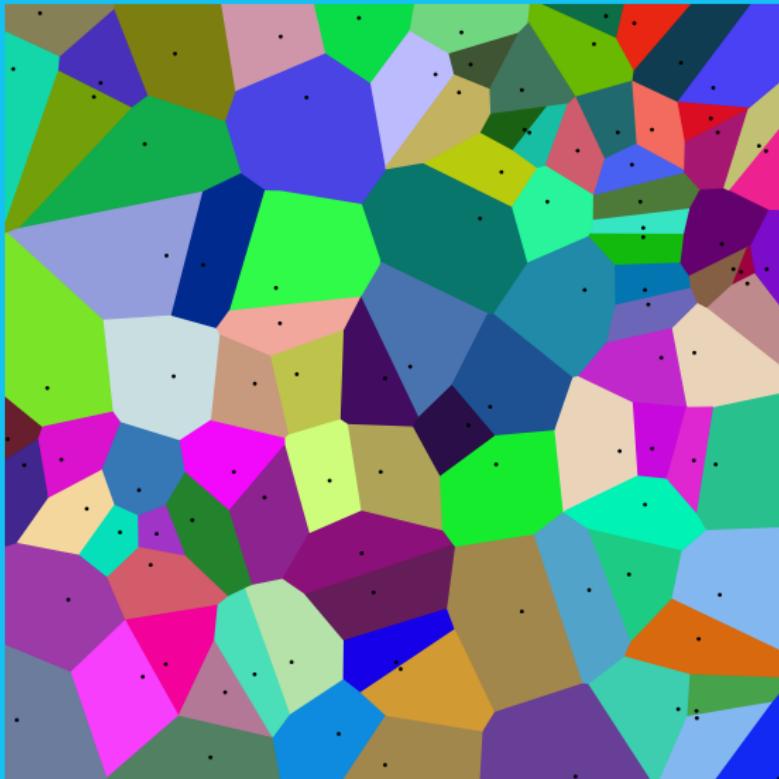
WCS-привязка

- Положение нескольких звезд характеризуется параметром, инвариантным к зеркалированию, масштабированию, вращению и переносу. Устойчивым к шуму.
- Квадрату ABCD соответствует четырехмерный код в относительных координатах точек C и D.
- Проблема вырождения: при смене порядка A, B или C, D код «отражается».
- На небе строится сетка с масштабируемым шагом, по каталожным данным в ее ячейках определяются квадраты с ниспадающей яркостью звезд.
- Полученный набор кодов позволяет идентифицировать участки неба вплоть до самых мелких масштабов (нужны хотя бы четыре звезды в кадре).
- Чем больше звезд на кадре, тем надежней будет идентификация.

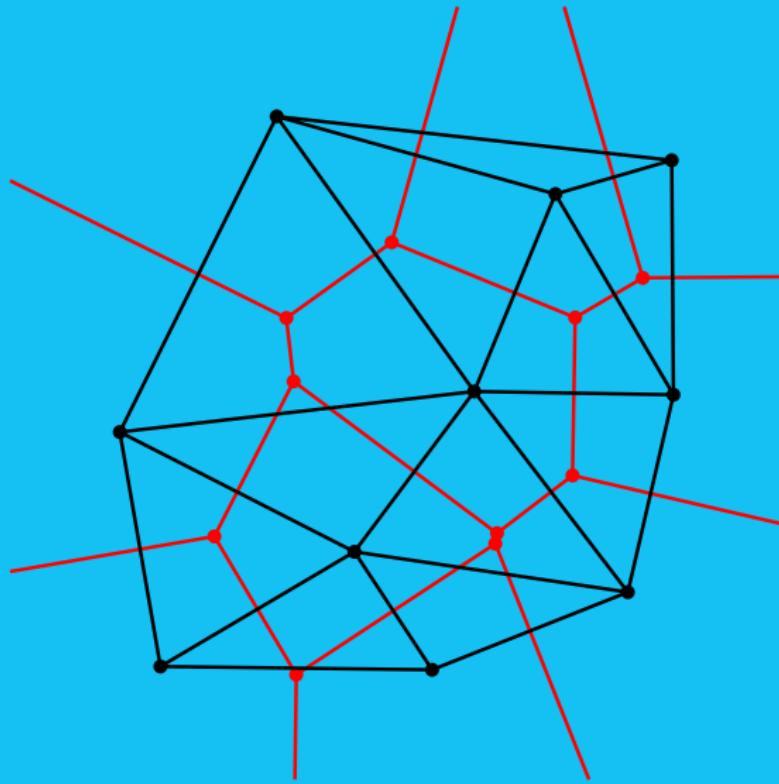
Триангуляция Делоне



Диаграммы Вороного



Диаграммы Вороного



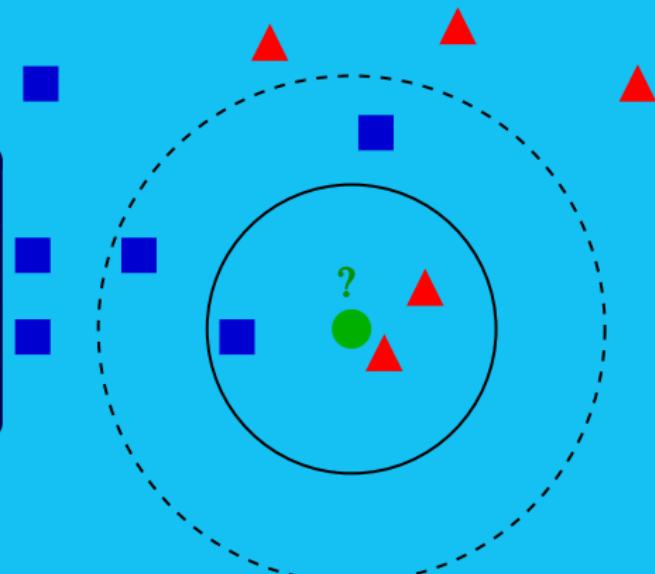
Свойства триангуляции Делоне

- ТД взаимно однозначно соответствует диаграмме Вороного для того же множества точек. Как следствие: если никакие четыре точки не лежат на одной окружности, ТД единственна.
- ТД максимизирует минимальный угол среди всех углов всех построенных треугольников, тем самым избегаются «тонкие» треугольники.
- ТД максимизирует сумму радиусов вписанных окружностей.
- ТД минимизирует максимальный радиус минимального объемлющего шара.
- ТД на плоскости обладает минимальной суммой радиусов окружностей, описанных около треугольников, среди всех возможных триангуляций.



K-nearest

Классификация объекта по k ближайшим соседям. В случае первой выборки — треугольник, в случае второй — квадрат. k может быть дробным, если применять взвешенные расстояния.



Анализ разреженных данных

Корреляция

$$C(\tau) = \frac{[a(t) - \langle a \rangle][b(t + \tau) - \langle b \rangle]}{\sigma_a \sigma_b}$$

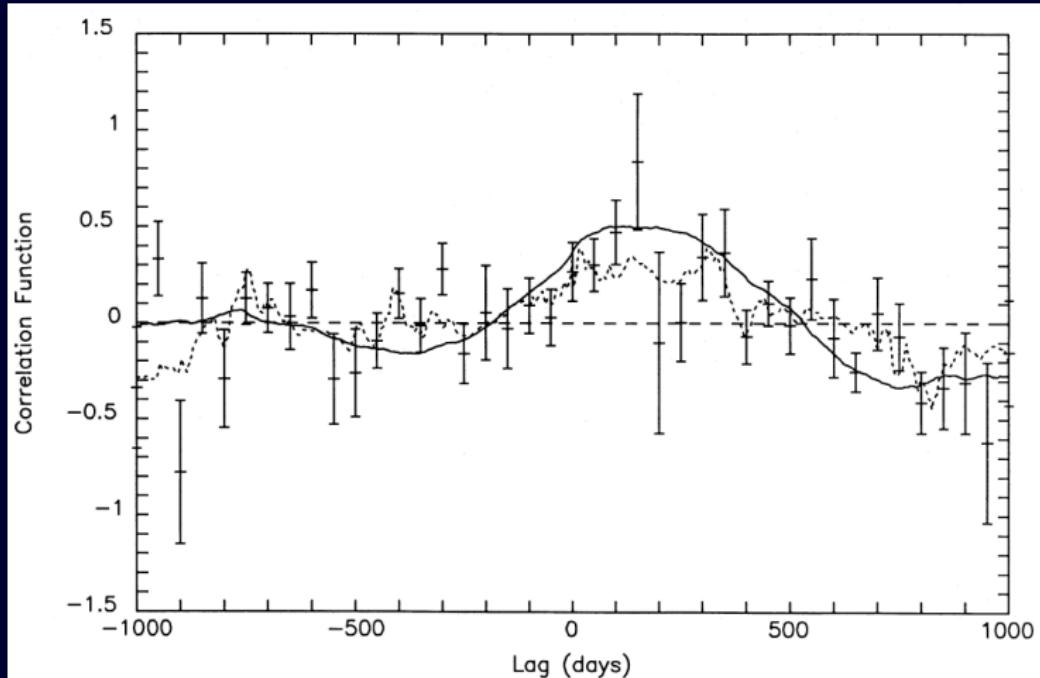
Unbinned: $U_{ij} = \frac{(a_i - \langle a \rangle)(b_j - \langle b \rangle)}{\sqrt{(\sigma_a^2 - e_a^2)(\sigma_b^2 - e_b^2)}}, \quad \Delta t_{ij} = t_j - t_i$

$$C(\tau) = \frac{1}{N_\tau} U_{ij, \tau}, \quad \tau - \Delta\tau/2 \leq \Delta t_{ij} \leq \tau + \Delta\tau/2$$

Не нужна интерполяция!



Анализ разреженных данных



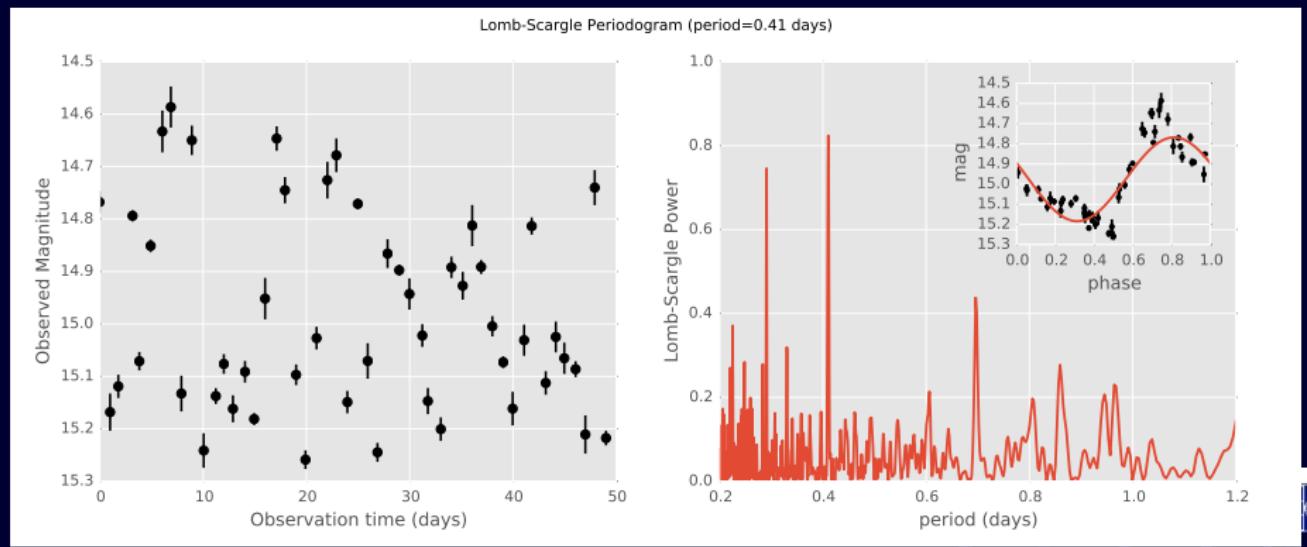
Пунктир — корреляция через интерполяцию



Периодограмма Ломба–Скаргла (Lomb–Scargle)

$$P_x(\omega) = \frac{1}{2} \left(\frac{\left[\sum_j X_j \cos \omega(t_j - \tau) \right]^2}{\sum_j \cos^2 \omega(t_j - \tau)} + \frac{\left[\sum_j X_j \sin \omega(t_j - \tau) \right]^2}{\sum_j \sin^2 \omega(t_j - \tau)} \right)$$

$$\operatorname{tg} 2\omega\tau = \frac{\sum_j \sin 2\omega t_j}{\sum_j \cos 2\omega t_j}$$

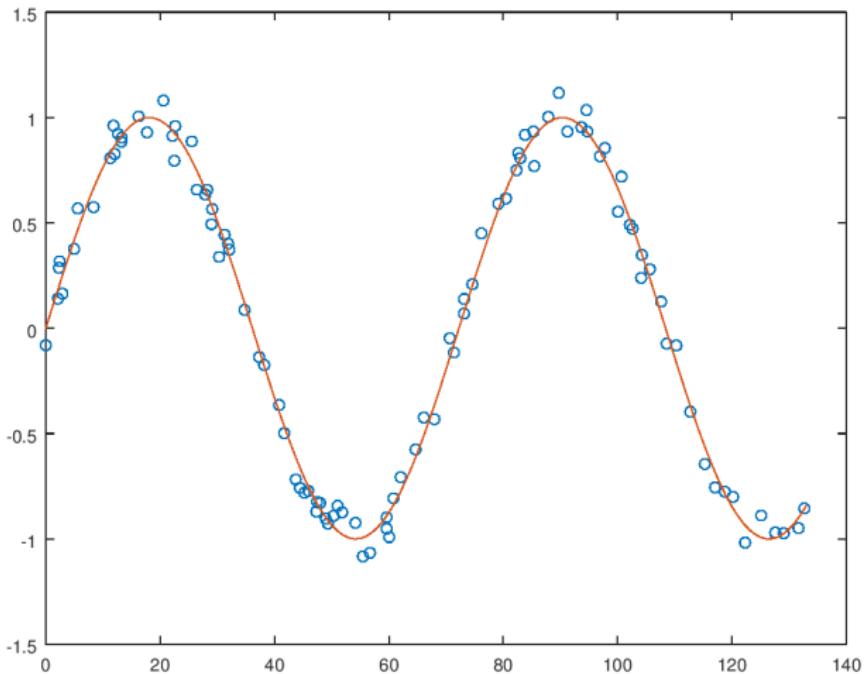


Преобразование Фурье

$$P_m = \sum_{n=1}^N p_n e^{-i \frac{2\pi}{N} mn} \quad \Rightarrow \quad P_m = \sum_{n=1}^N p_n e^{-i \frac{2\pi}{T} mt_n}, \quad T = t_N - t_1$$

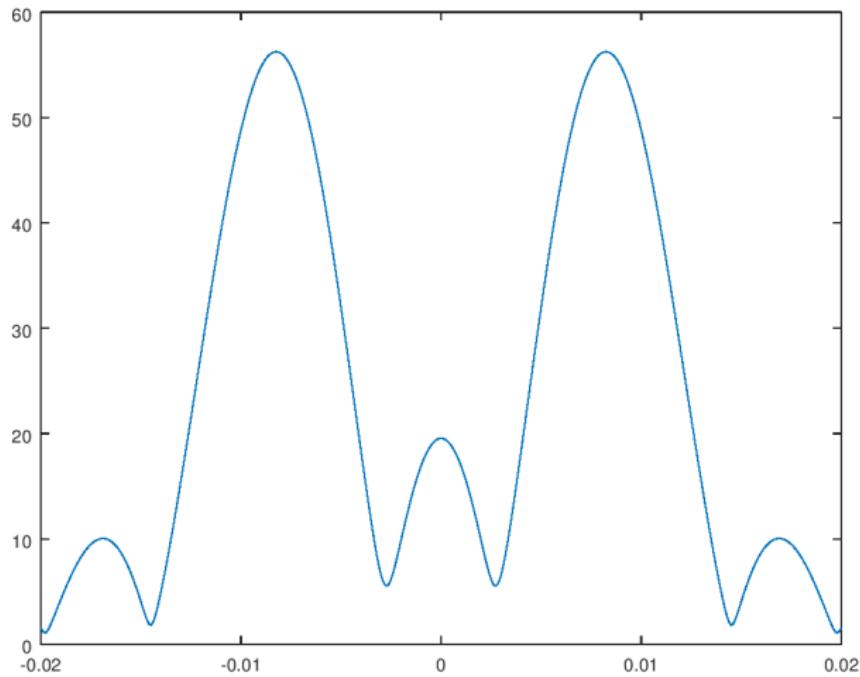
В octave: irsa_dft(X,Y,freq): $P(\nu) = \sum_{n=1}^N p_n e^{-i\nu_n \cdot t_n}$





$$T = 111.5 \quad \Rightarrow \quad \nu \approx 0.00897$$





$$T = 111.5 \quad \Rightarrow \quad \nu \approx 0.00897$$



Робастные методы

Робастная надежность МНК — 0!

Простейшая робастная оценка — медиана (можно «засорить» до 50% данных!). Оценка «плохости»: $MAD = \text{med}(x_i - \text{med}(x))$.

Групировка данных и метод усеченных квадратов.

Метод наименьших медиан квадратов: $\min(\text{med}(x^2))$.

Оценка дисперсии: $\text{med}(|x_i - \text{med}(x)|) \approx 0.67\sigma$.

M-, R-, S-, Q- оценки.



Программное обеспечение

<http://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/heasarc/astro-update/>

- ASTROPY: A single core package for Astronomy in Python
- Aladin: An interactive software sky atlas
- CFITSIO: FITS file access subroutine library
- GSL: GNU Scientific Library
- IDLAUL: IDL Astronomical Users Library
- IRAF: Image Reduction and Analysis Facility
- MIDAS: Munich Image Data Analysis System
- PyRAF: Run IRAF tasks in Python
- SAOImage ds9: FITS image viewer and analyzer
- SExtractor: Builds catalogue of objects from an astronomical image
- WCSLIB: World Coordinate System software library
- ... <http://tdc-www.harvard.edu/astro.software.html>

Литература

- W. Romanishin. An Introduction to Astronomical Photometry Using CCDs.
- Jean-Luc Starck and Fionn Murtagh. Handbook of Astronomical Data Analysis.
- E.D. Feigelson, G.J. Babu. Modern Statistical Methods for Astronomy With R Applications.
- R.A. Edelson, J.H. Krolik. The discrete correlation function — A new method for analyzing unevenly sampled variability data. ApJ, 333, 1988, 646–659.



Спасибо за внимание!

[mailto](mailto:)

eddy@sao.ru

edward.emelianoff@gmail.com

