

Компьютерная обработка результатов измерений

Лекция 7.2. Обработка изображений

Емельянов Эдуард Владимирович

Специальная астрофизическая обсерватория РАН
Лаборатория обеспечения наблюдений

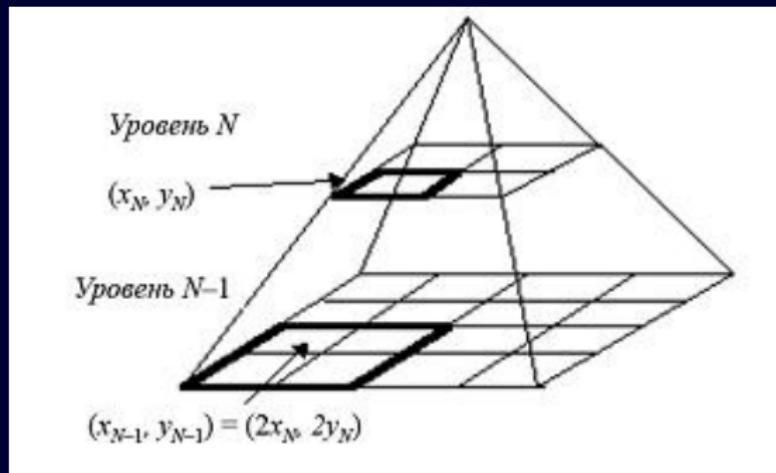
1 апреля 2021 года



1 Вейвлеты

2 Морфологические операции

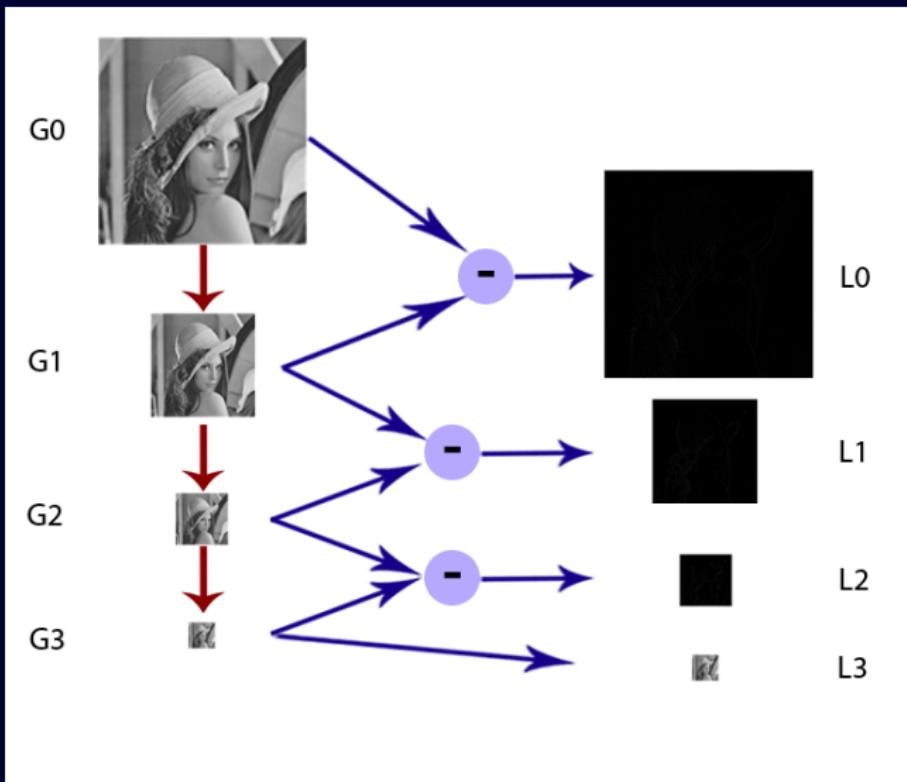
3 Сегментация изображений



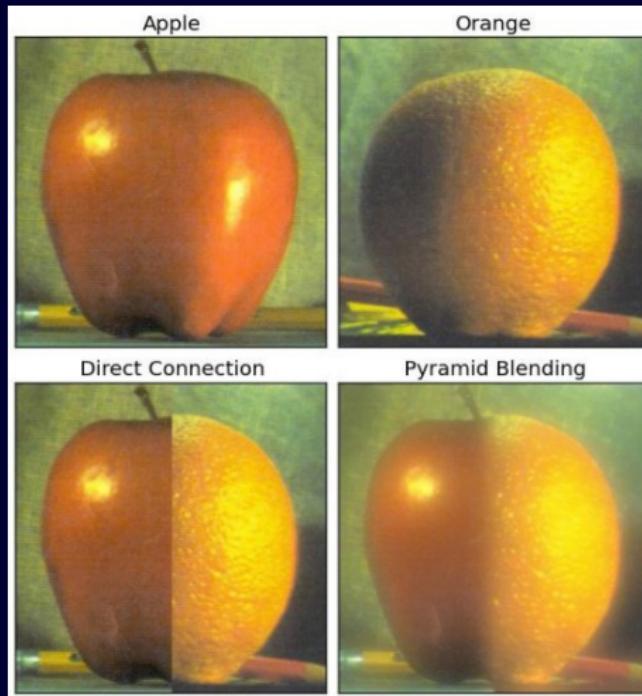
Пирамида изображений

Пирамида приближений (аппроксимирующие коэффициенты), пирамида ошибок (детализирующие коэффициенты). Пирамида Лапласа (только пирамида ошибок, компрессия); гауссова пирамида (только приближения, синтез текстур).

Вейвлеты



Вейвлеты



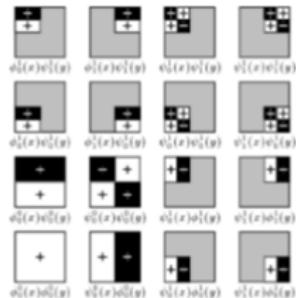
Объединение пирамид Лапласа.



2D Haar mother basis functions



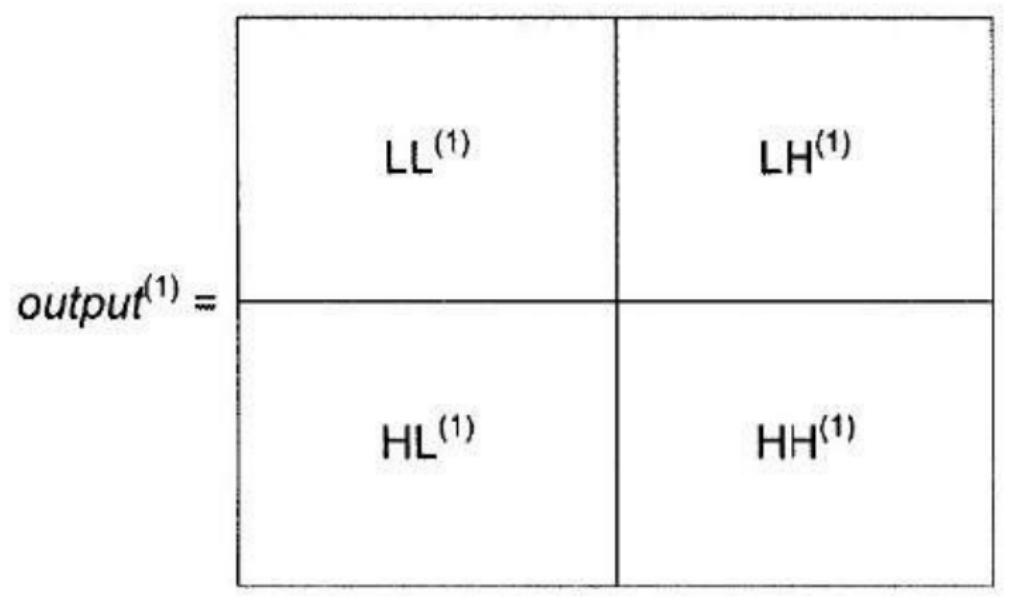
Non-standard Haar basis functions for 4x4 image



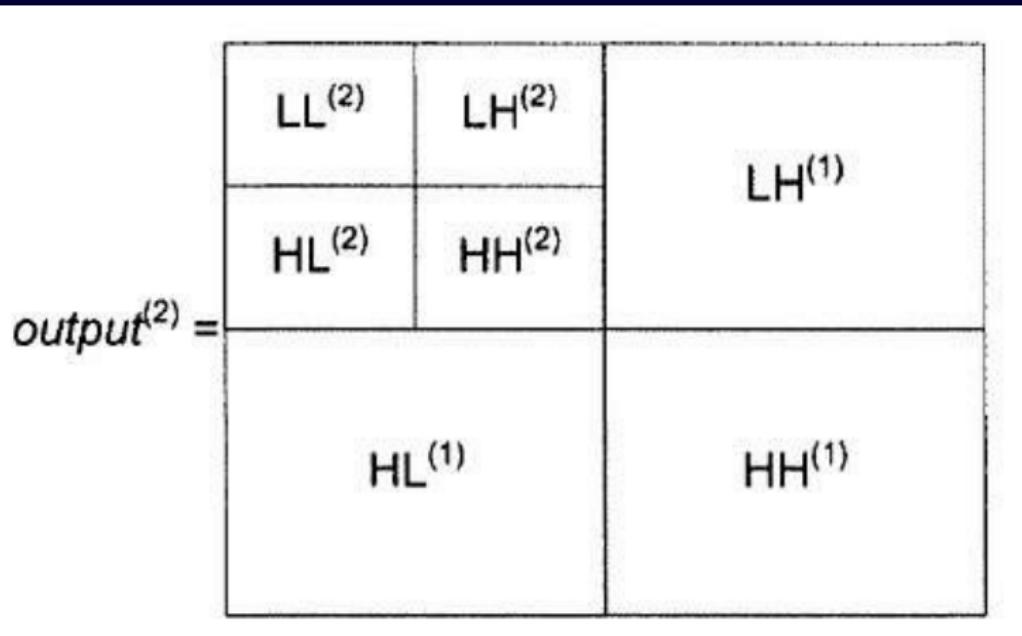
Sample images from *Wavelets for Computer Graphics: A Primer* [1]



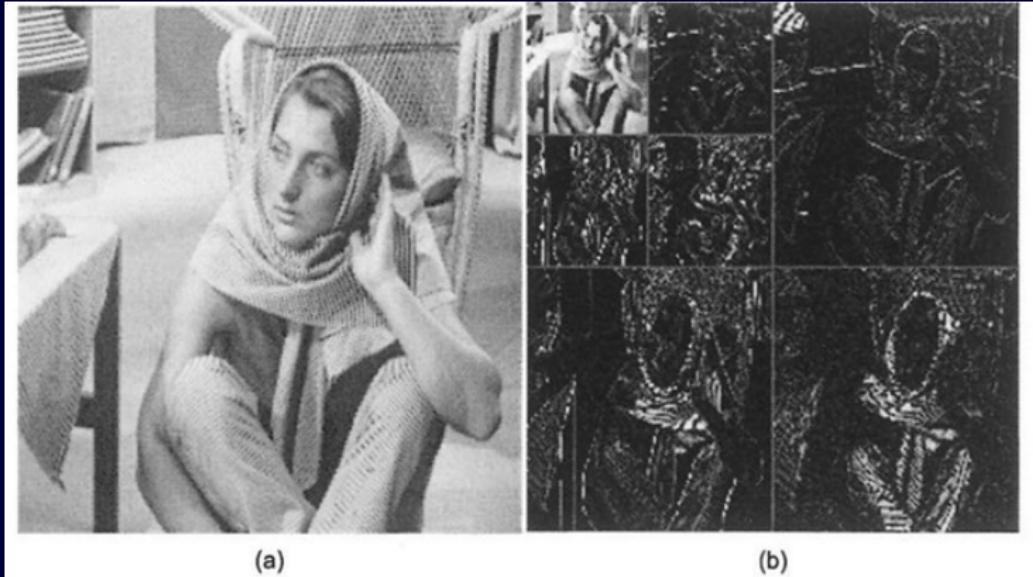
Вейвлеты



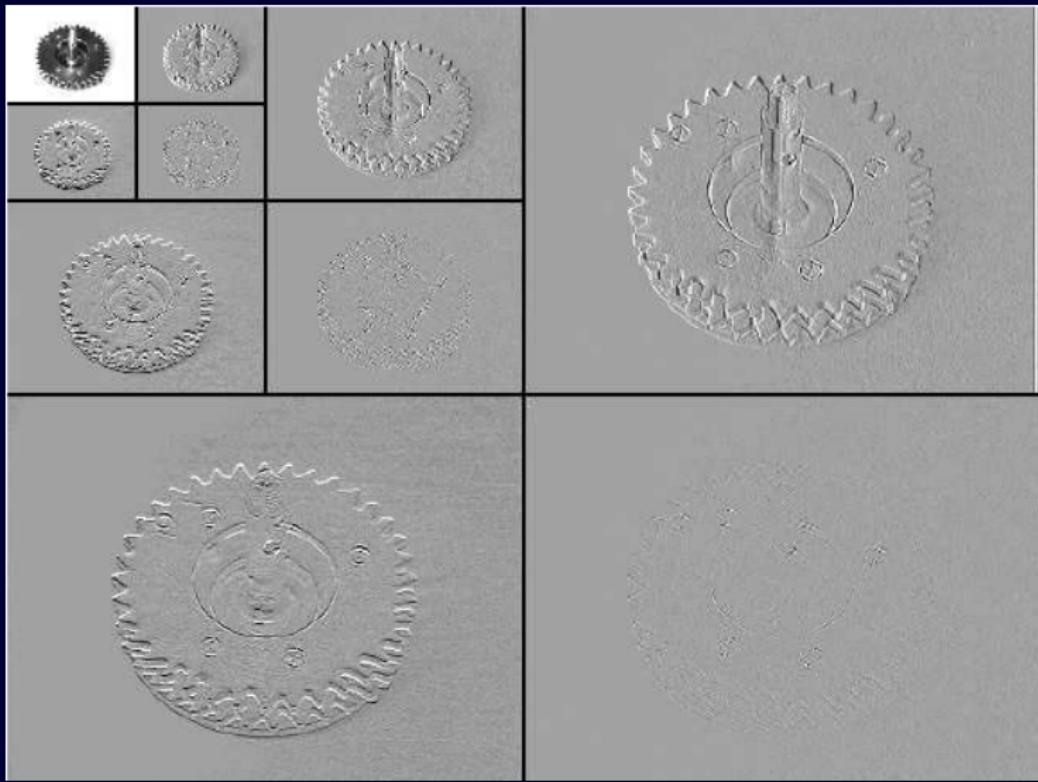
Вейвлеты



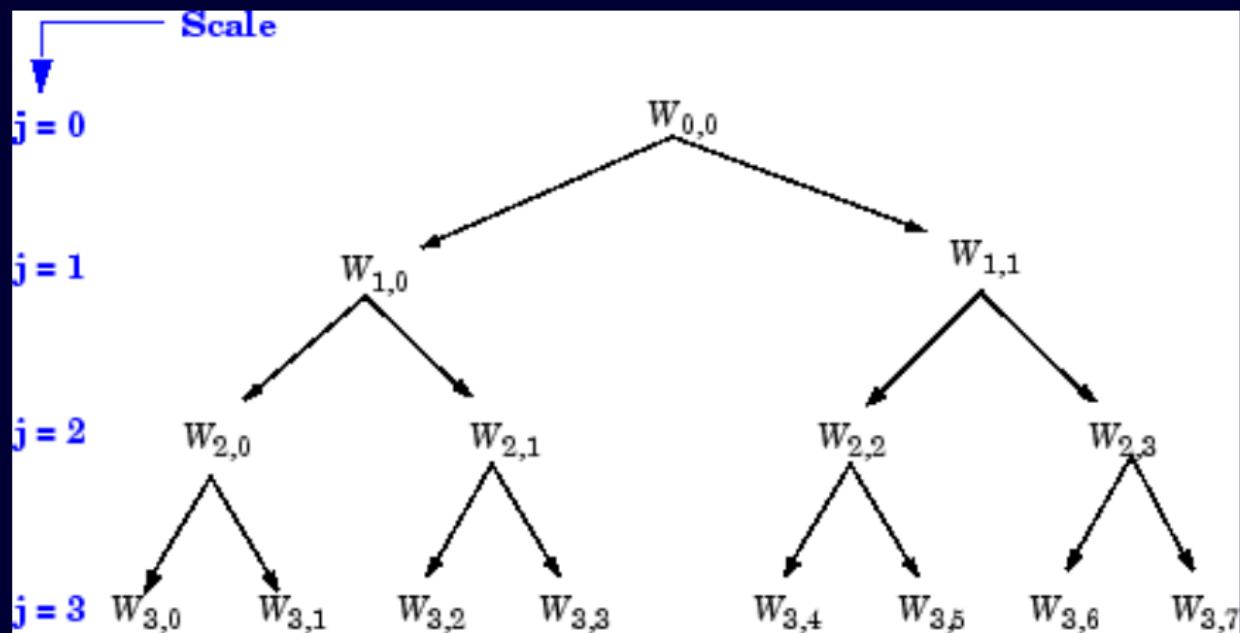
Вейвлеты



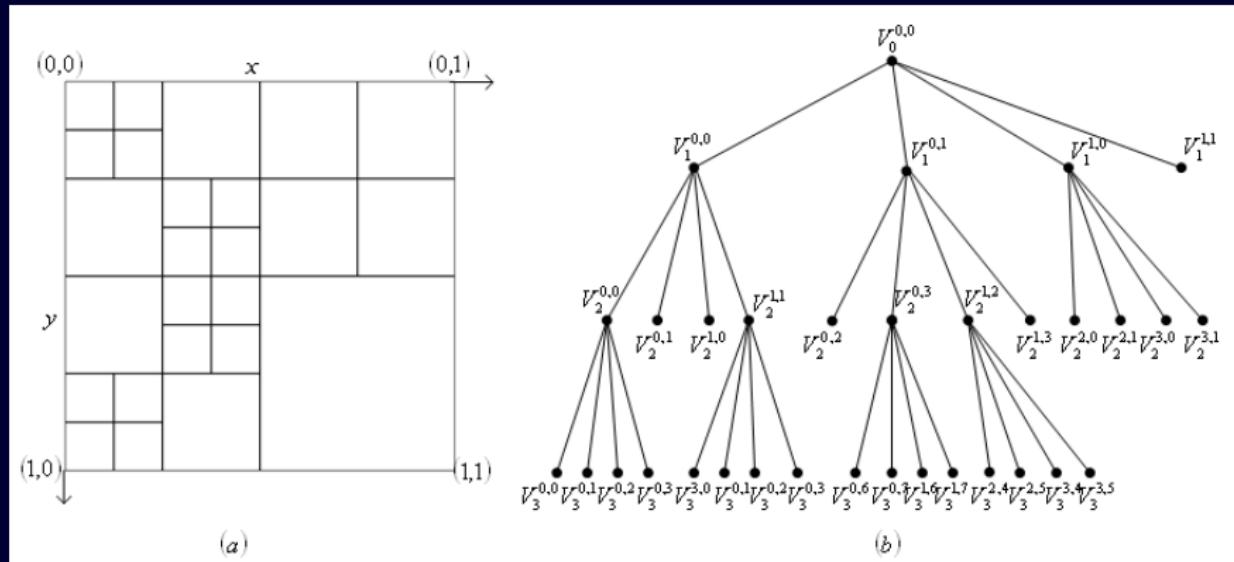
Вейвлеты



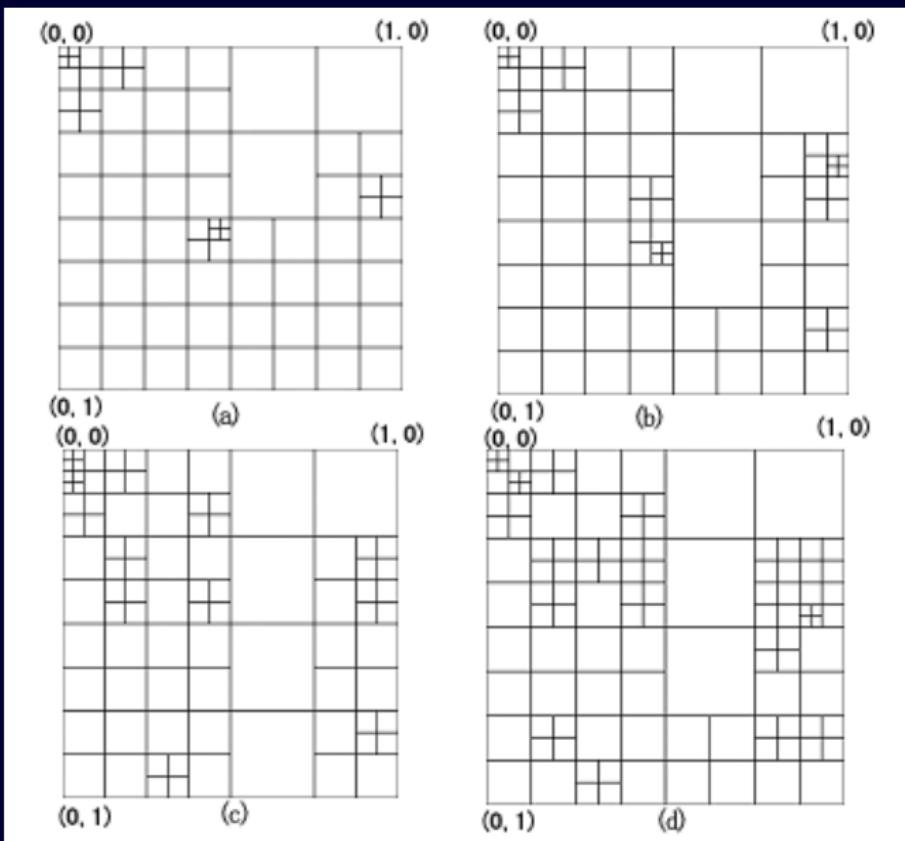
Пакеты вейвлетов



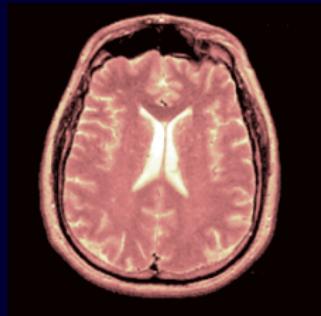
Пакеты вейвлетов



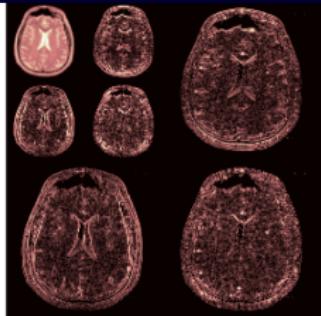
Пакеты вейвлетов



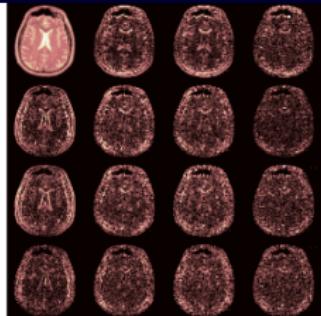
Пакеты вейвлетов



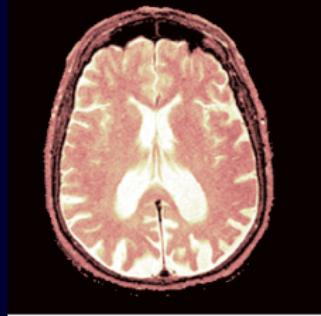
(a)



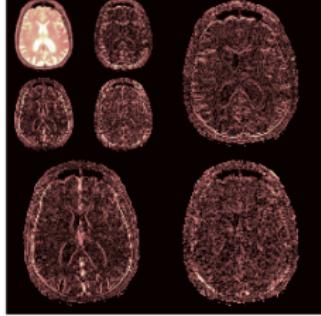
(b)



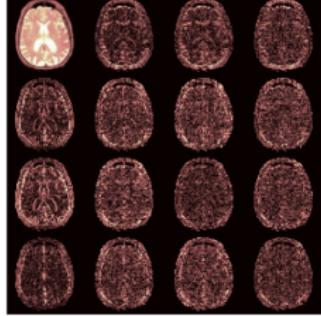
(c)



(d)



(e)



(f)

(a) normal brain; (b) 2-level DWT of normal brain; (c) 2-level DWPT of normal brain; (d) AD brain; (e) 2-level DWT of AD brain; (f) 2-level DWPT of AD brain.



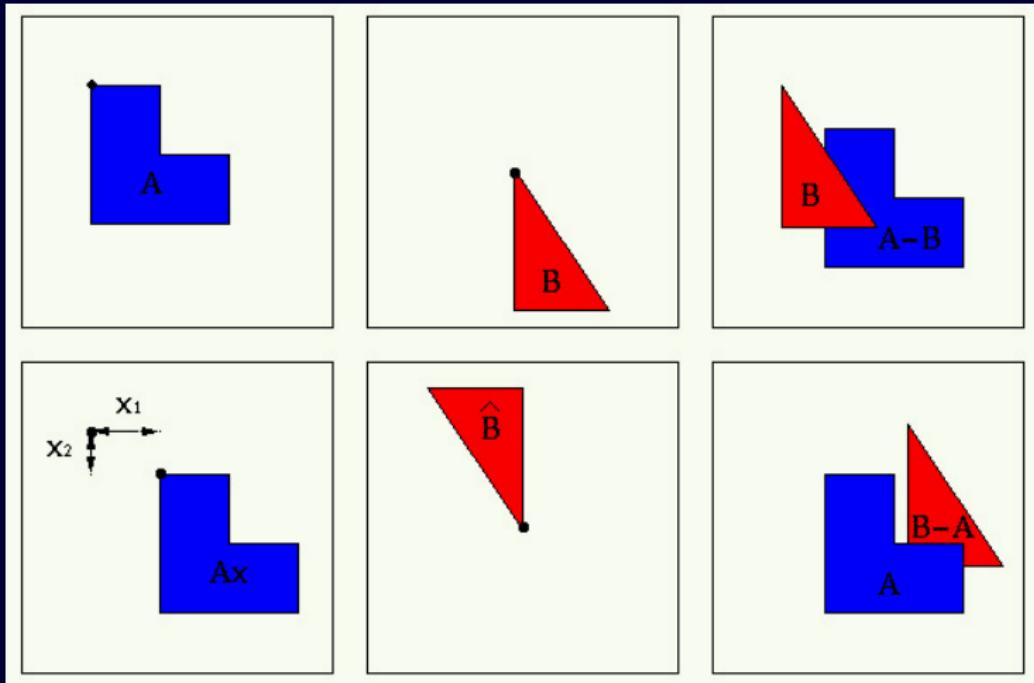
Морфологические операции

Основные понятия

- Пусть A – некоторая область на бинарном изображении, $a = (a_1, a_2) \in A$ – точка, ей принадлежащая; интенсивность в точке a обозначим как $v(a)$.
- **Объект:** $A = \{a \mid v(a) == 1, \forall a \text{ 4/8-connected}\}$.
- **Фон:** $B = \{b \mid b == 0 \cup b \text{ not connected}\}$.
- **Сдвиг:** $A_x = \{c \mid c = a + x, \forall a \in A\}$.
- **Отражение:** $\hat{A} = \{c \mid c = -a, \forall a \in A\}$.
- **Дополнение:** $A^C = \{c \mid c \notin A\}$.
- **Сумма:** $A + B = \{c \mid c \in (A \cup B)\} = A \cup B$.
- **Разность:** $A - B = \{c \mid c \in A, c \notin B\} = A \cap B^C$.

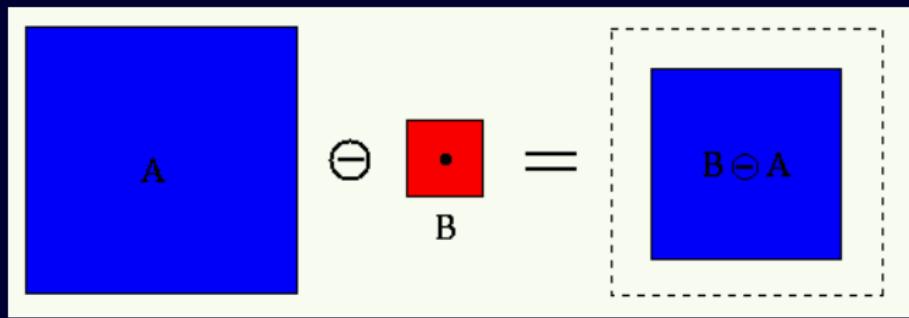


Морфологические операции



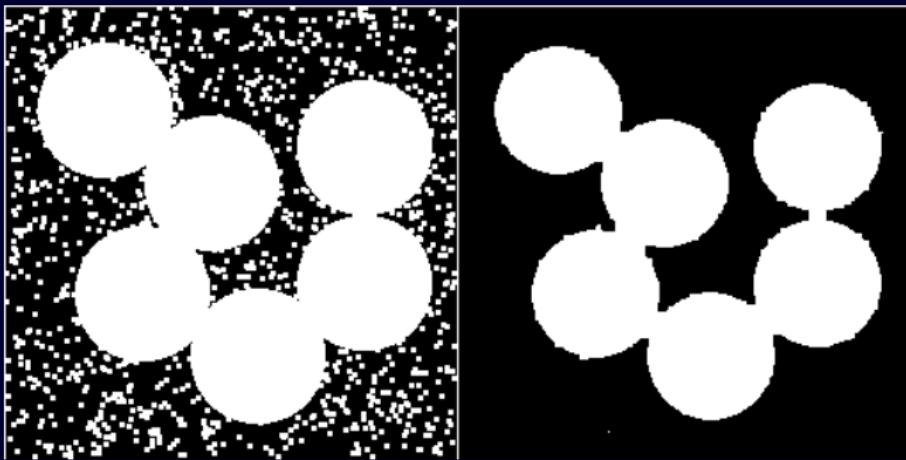
Эрозия (усечение)

$$A \ominus B = \{x \mid B_x \subseteq A\} \text{ или } A \ominus B = \{x \mid B_x \cap A^C = \emptyset\} \text{ или } A \ominus B = \bigcap_{b \in B} A_b$$



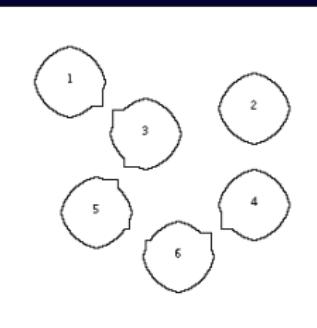
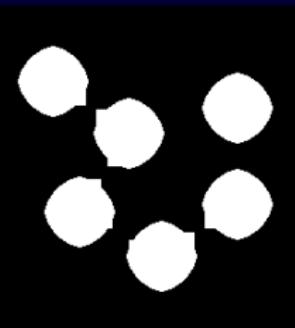
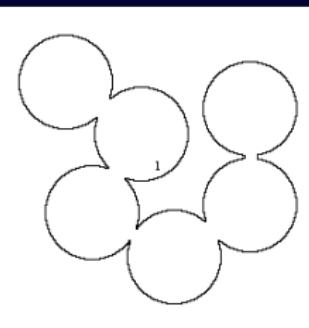
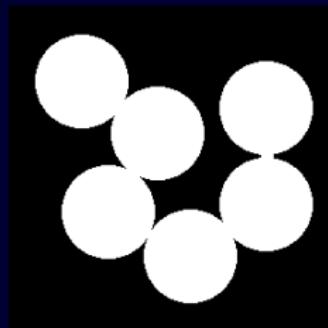
Эрозия (усечение)

$$A \ominus B = \{x \mid B_x \subseteq A\} \text{ или } A \ominus B = \{x \mid B_x \cap A^C = \emptyset\} \text{ или } A \ominus B = \bigcap_{b \in B} A_b$$



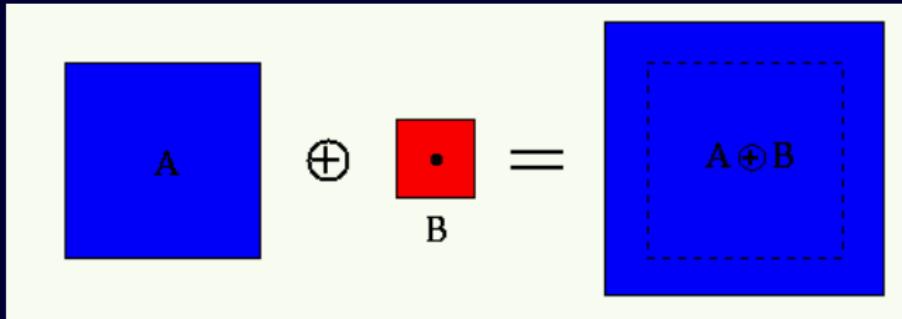
Эрозия (усечение)

$A \ominus B = \{x \mid B_x \subseteq A\}$ или $A \ominus B = \{x \mid B_x \cap A^C = \emptyset\}$ или $A \ominus B = \bigcap_{b \in B} A_b$



Дилатация (наращивание)

$$A \oplus B = \{x \mid \hat{B}_z \cap A \neq \emptyset\} \text{ или } A \oplus B = \bigcup_{b \in B} A_b = \bigcup_{a \in A} B_a$$



Дилатация (наращивание)

$$A \oplus B = \{x \mid \hat{B}_z \cap A \neq \emptyset\} \text{ или } A \oplus B = \bigcup_{b \in B} A_b = \bigcup_{a \in A} B_a$$

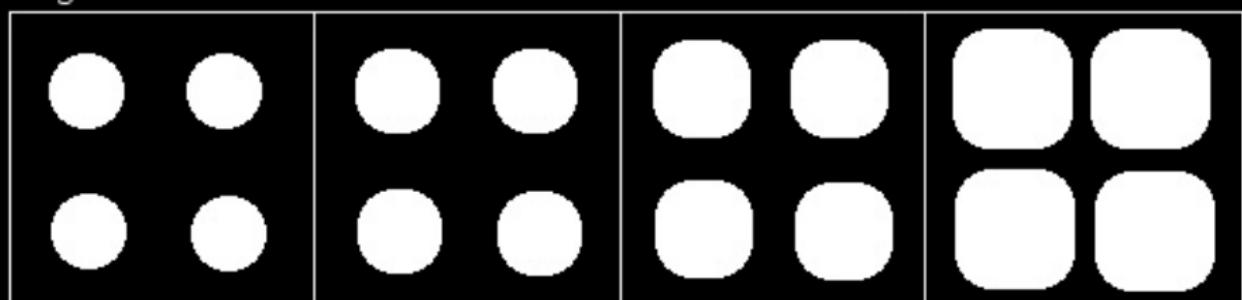
Dilation

Original

2

5

10



Свойства

Коммутативность:

$$A \oplus B = B \oplus A \quad A \ominus B \neq B \ominus A$$

Ассоциативность:

$$A \oplus (B \cup C) = (A \oplus B) \cup (A \oplus C) \quad A \ominus (B \cup C) = (A \ominus B) \cap (A \ominus C)$$

$$(A \ominus B) \ominus C = A \ominus (B \oplus C)$$

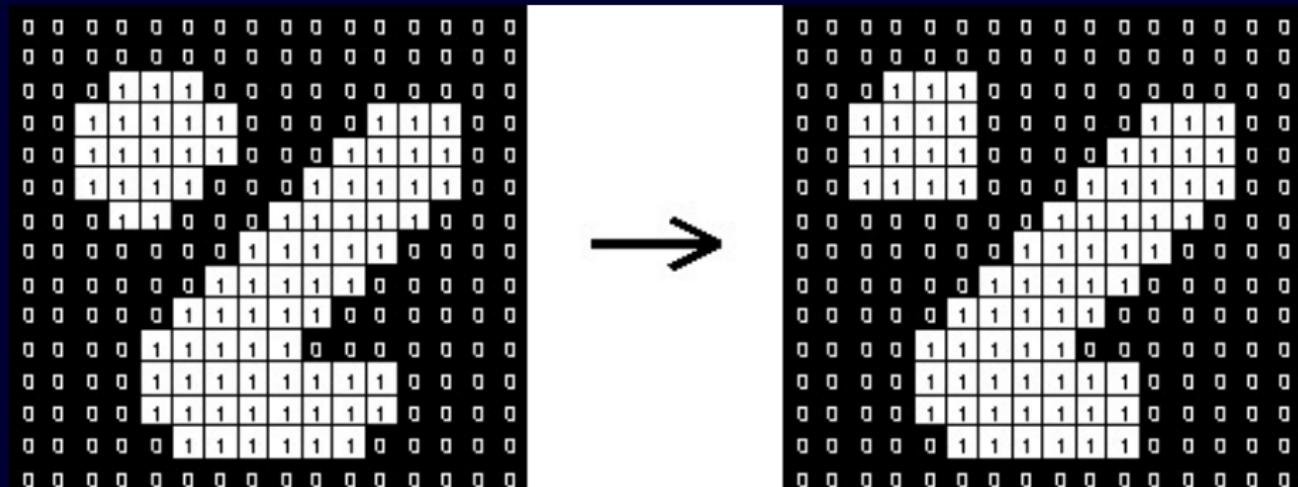
Двойственность:

$$(A \ominus B)^C = A^C \oplus \hat{B} \quad (A \oplus B)^C = A^C \ominus \hat{B}$$



Открытие (размыкание)

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

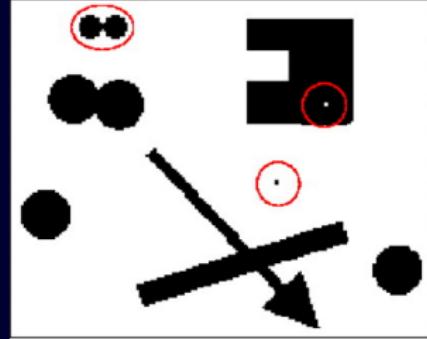


Закрытие (замыкание)

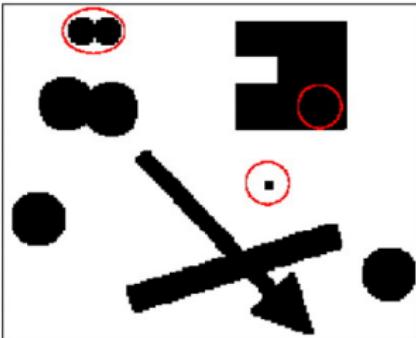
$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$



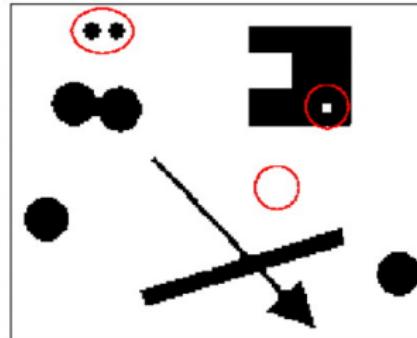
A Original



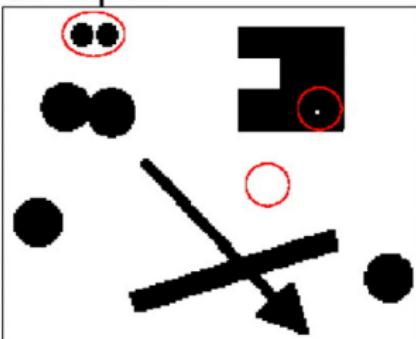
B Dilate



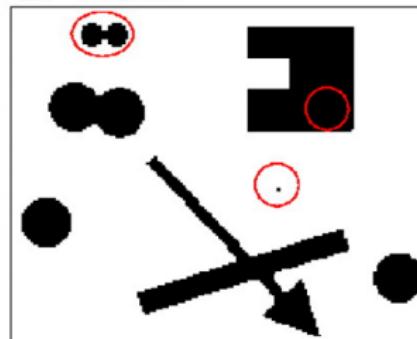
C Erode



D Open

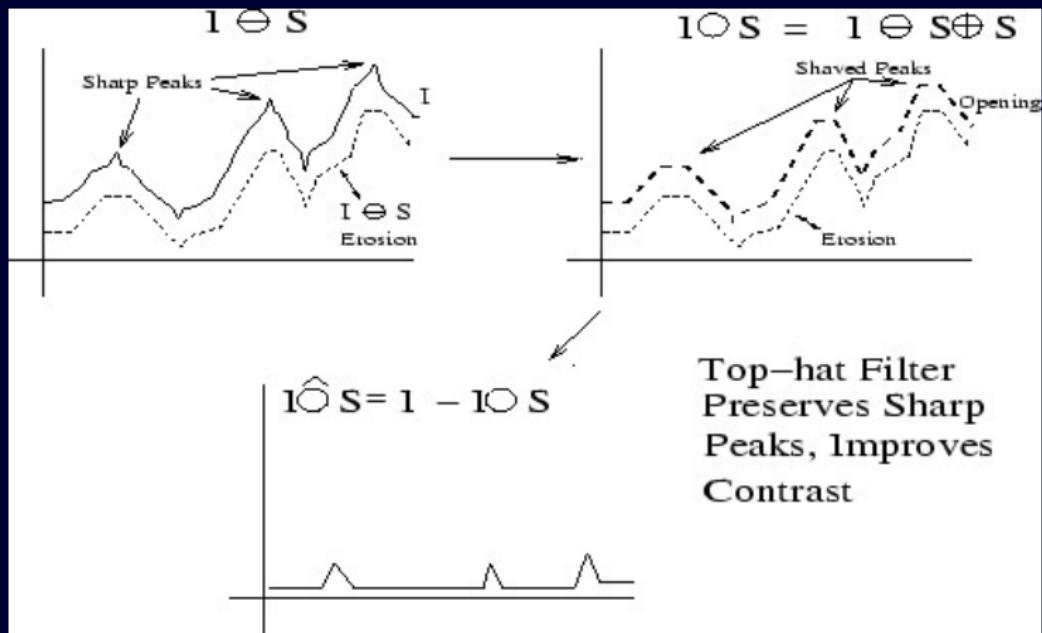


E Close



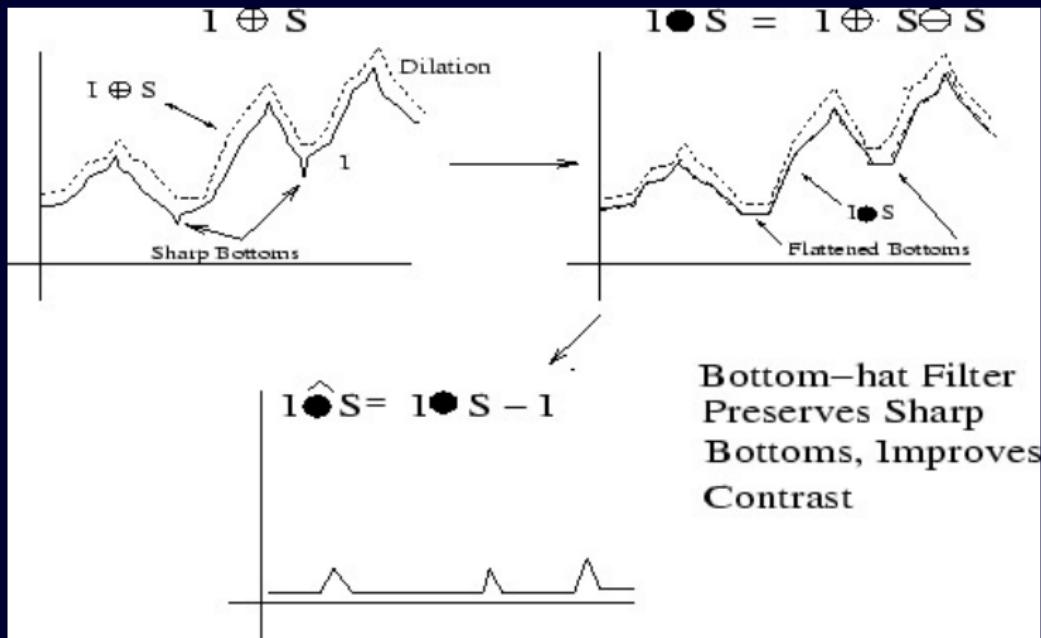
«Top hat» и «Bottom hat»

$$A \hat{\ominus} B = A \setminus (A \circ B), \quad A \hat{\bullet} B = (A \bullet B) \setminus A$$



«Top hat» и «Bottom hat»

$$A \hat{\ominus} B = A \setminus (A \circ B), \quad A \hat{\bullet} B = (A \bullet B) \setminus A$$



Hit-and-miss

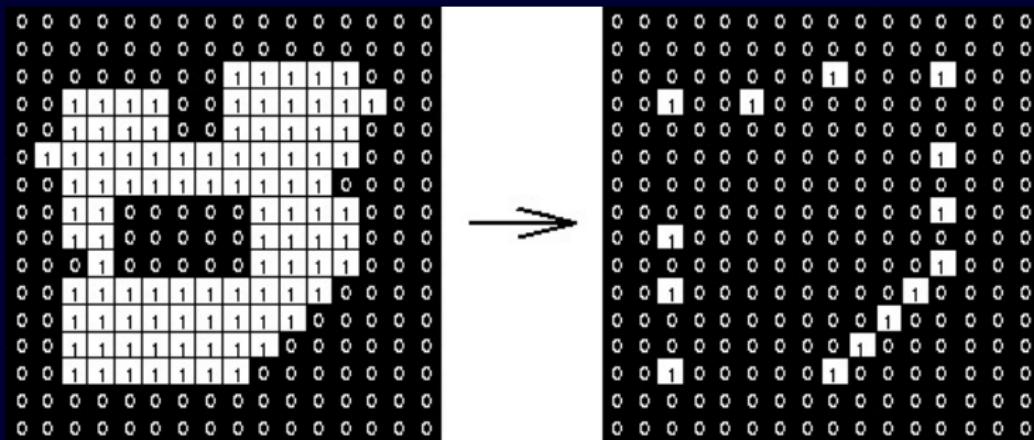
$$A \circledast B = (A \ominus B_1) \cap (A^C \ominus B_2), \quad \text{где}$$
$$B_1 = \{b \mid b \in B, b = 1\}, \quad B_2 = \{\tilde{b} \mid b \in B, b = 0\}$$

	1				1				0	0			0	0		
0	1	1			1	1	0		1	1	0		0	1	1	
0	0				0	0			1				1			

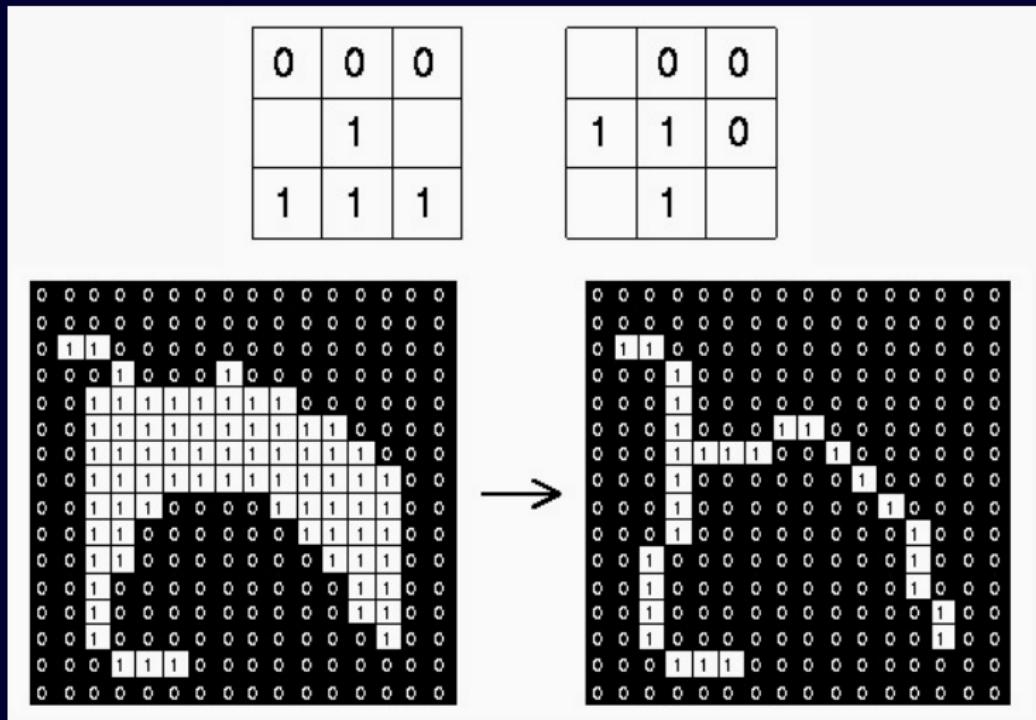
Hit-and-miss

$$A \circledast B = (A \ominus B_1) \cap (A^C \ominus B_2), \quad \text{где}$$

$$B_1 = \{b \mid b \in B, b = 1\}, \quad B_2 = \{\tilde{b} \mid b \in B, b = 0\}$$

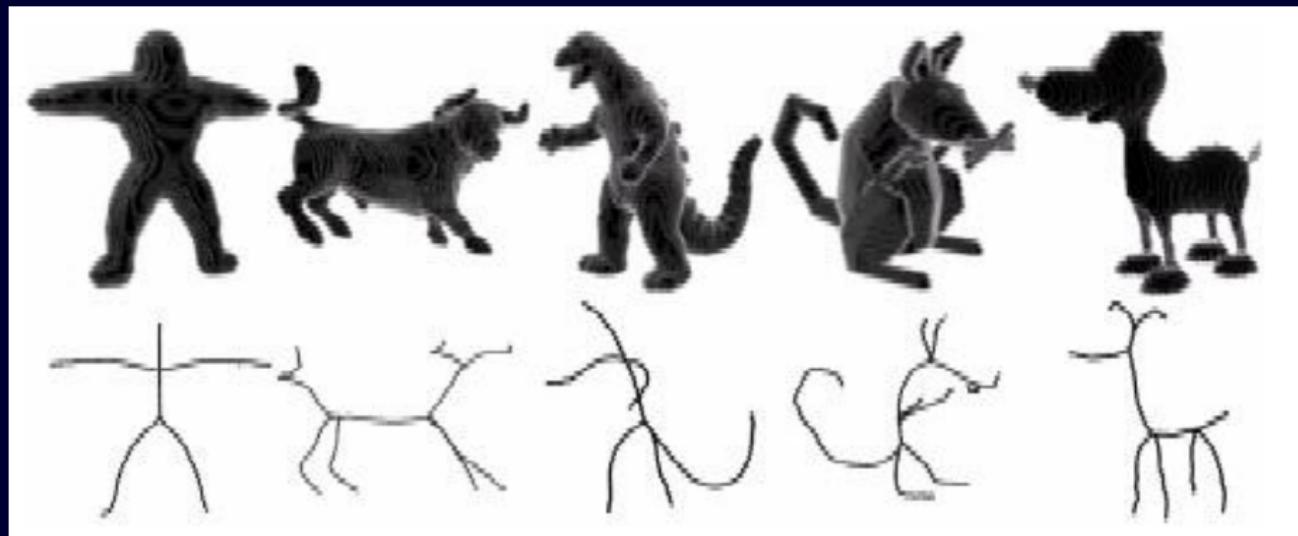


Hit-and-miss

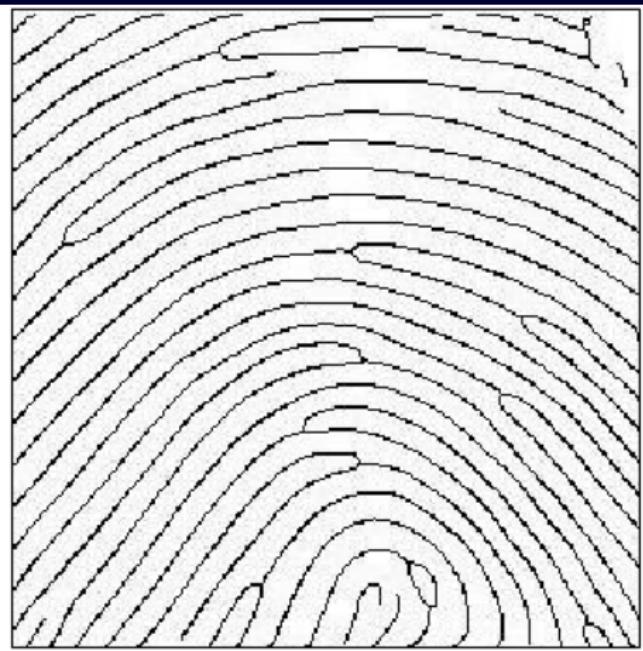


$$S = A \setminus \bigcup_i (A \circledast B_i)$$

Hit-and-miss



Hit-and-miss



Сегментация изображений

Основы

- Сегментация: $\cup_{i=1}^n R_i \cup \cup_{i=1}^n B_i = R$, все R_i связные, B_i – фон.
- $R_i \cap R_j = \emptyset \forall i \neq j$.
- $Q(R_i) = 1, i = \overline{1, n}$, Q – логический предикат.
- $Q(R_i \cup R_j) = 0 \forall i \neq j$.

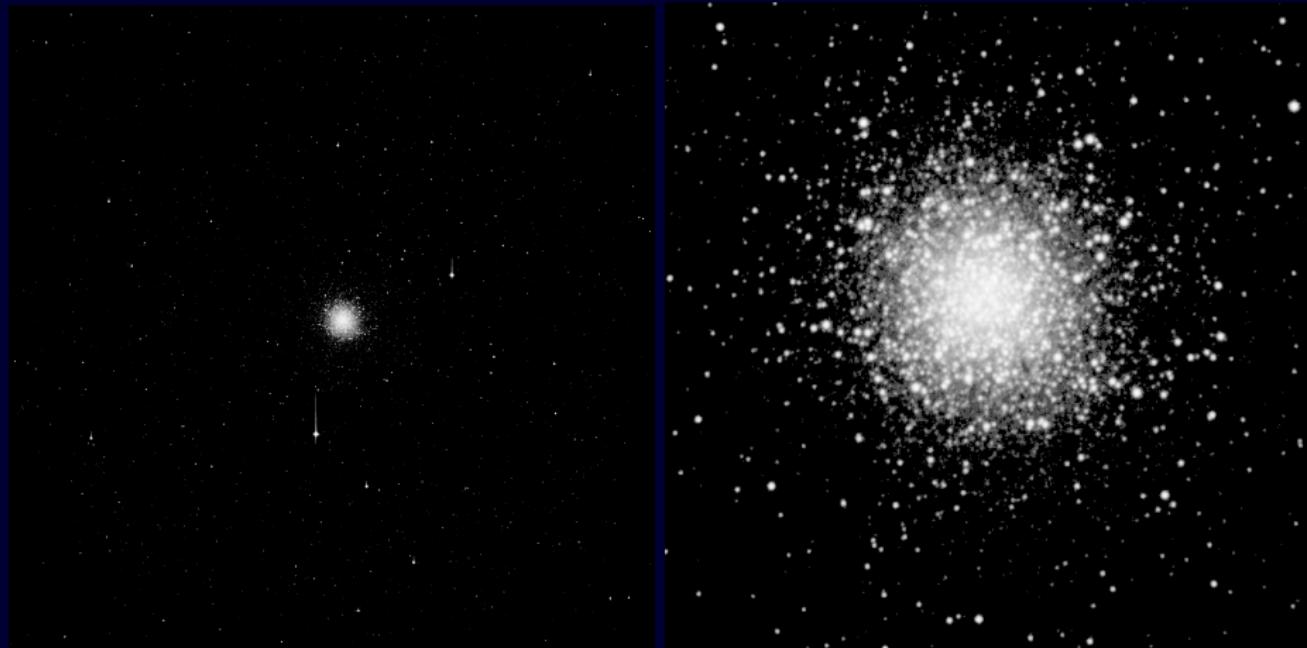
Производные

- $\frac{\partial f}{\partial x} \equiv f'_x = f(x+1) - f(x)$
- $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \equiv f''_x = f'_x(x+1) - f'_x(x) = f(x+2) + f(x) - 2f(x+1)$
- $\nabla^2 f(x, y) = f''_x(x, y) + f''_y(x, y) \Rightarrow$
 $\nabla^2 f(x, y) = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y)$



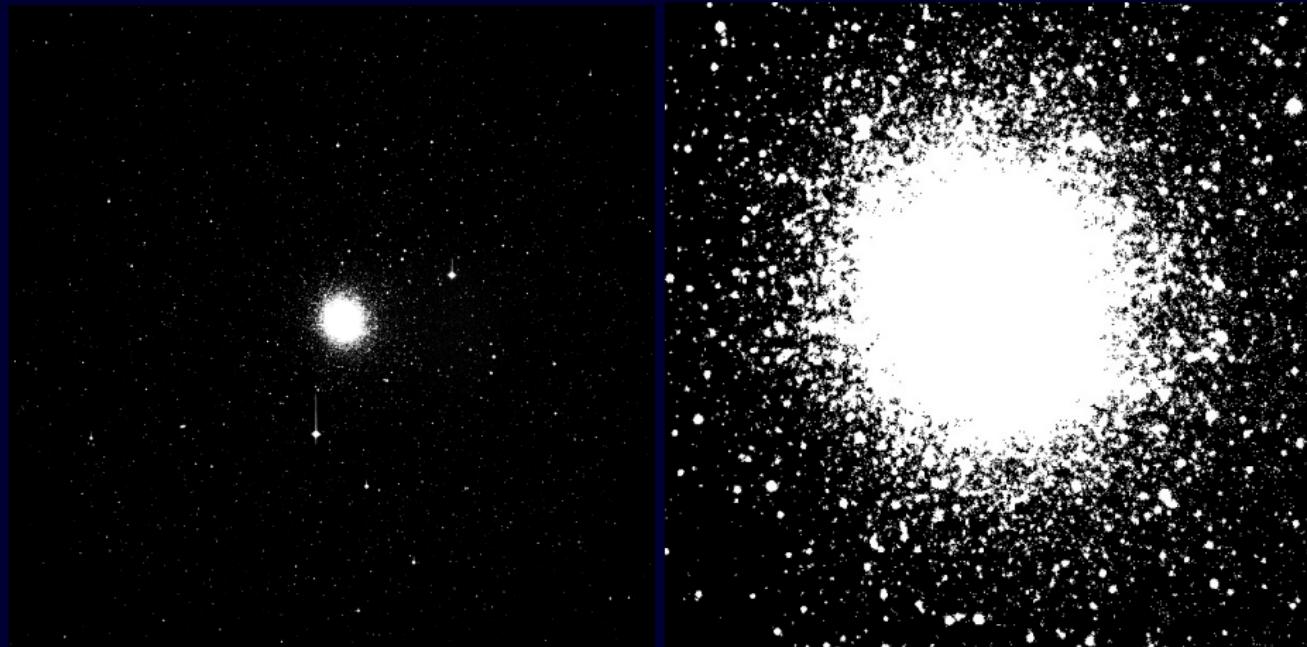
Примеры (М13)

Оригинал:



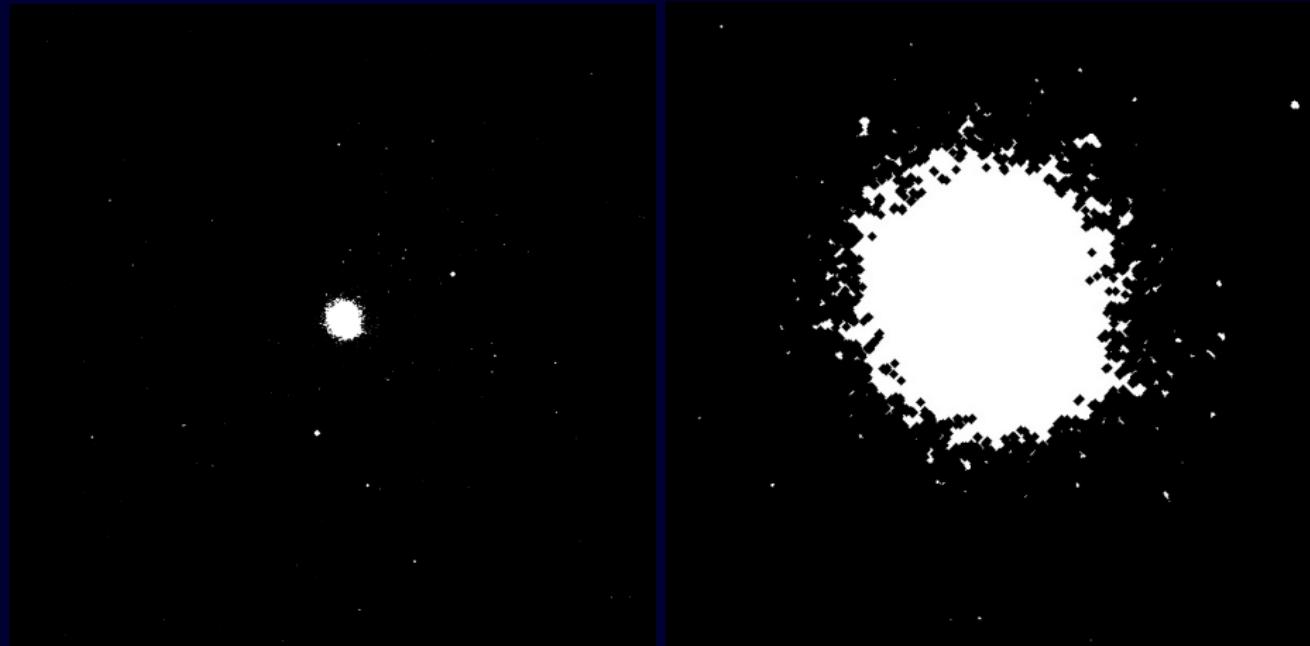
Примеры (M13)

Бинаризация по постоянному порогу:



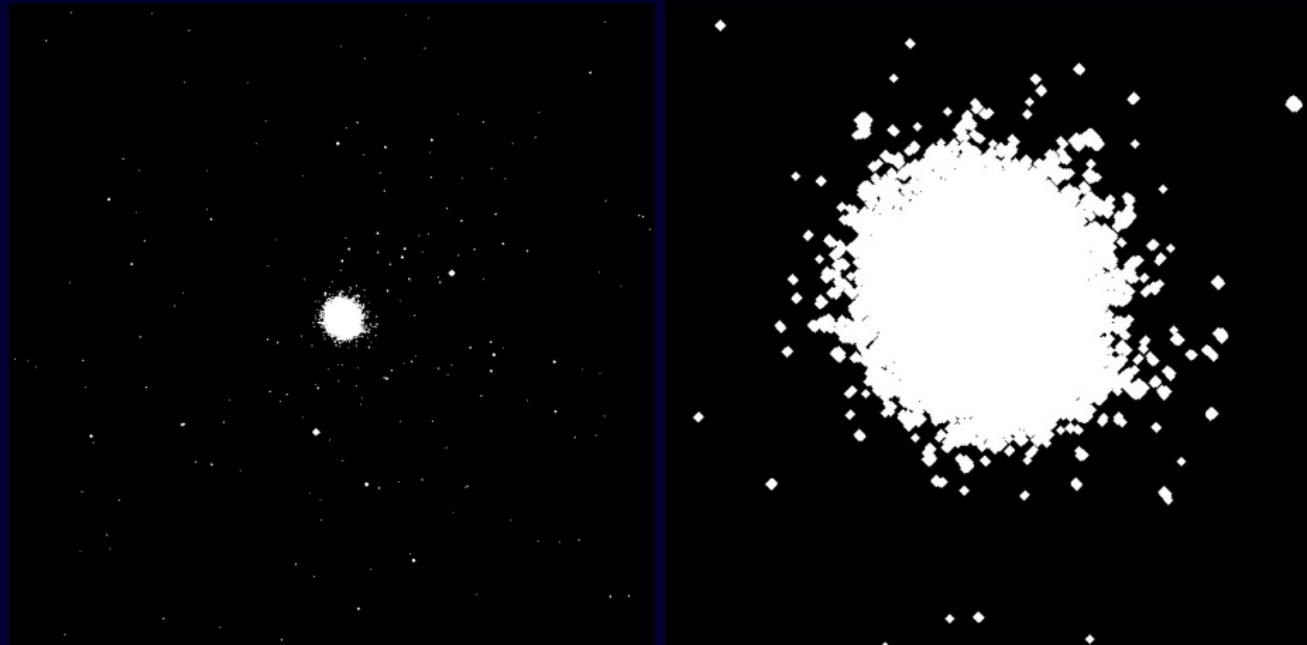
Примеры (М13)

Четырехкратная эрозия:



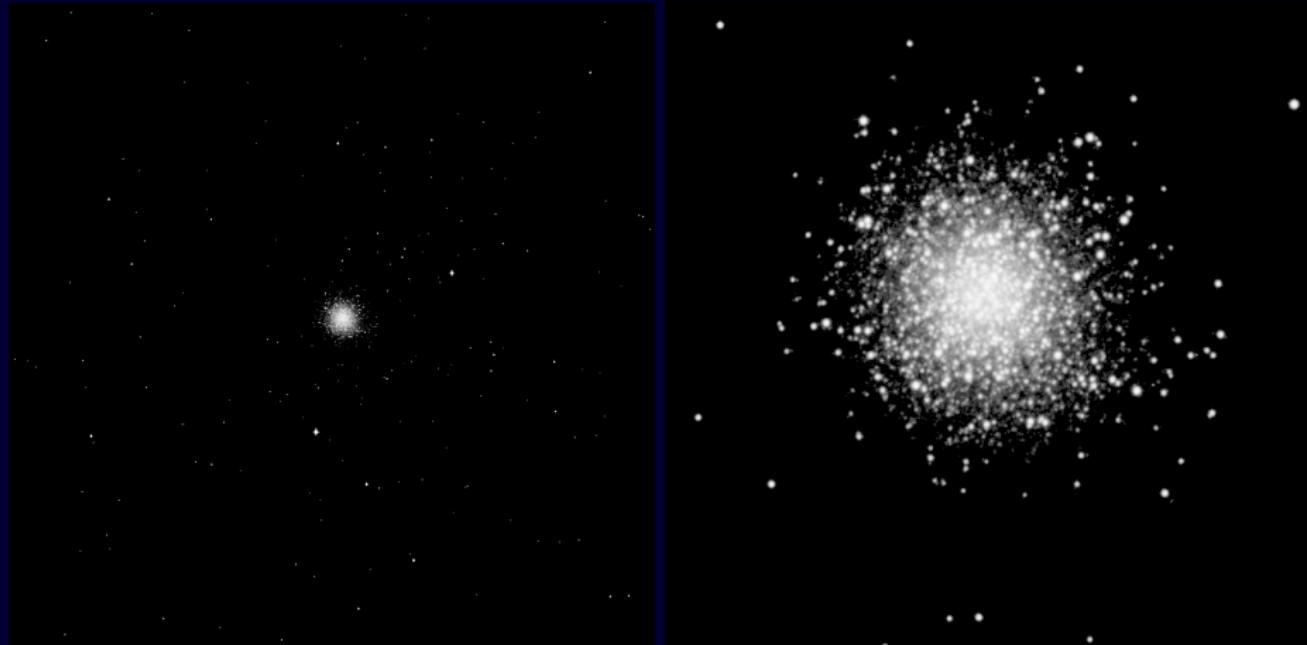
Примеры (М13)

Четырехкратное размыкание:



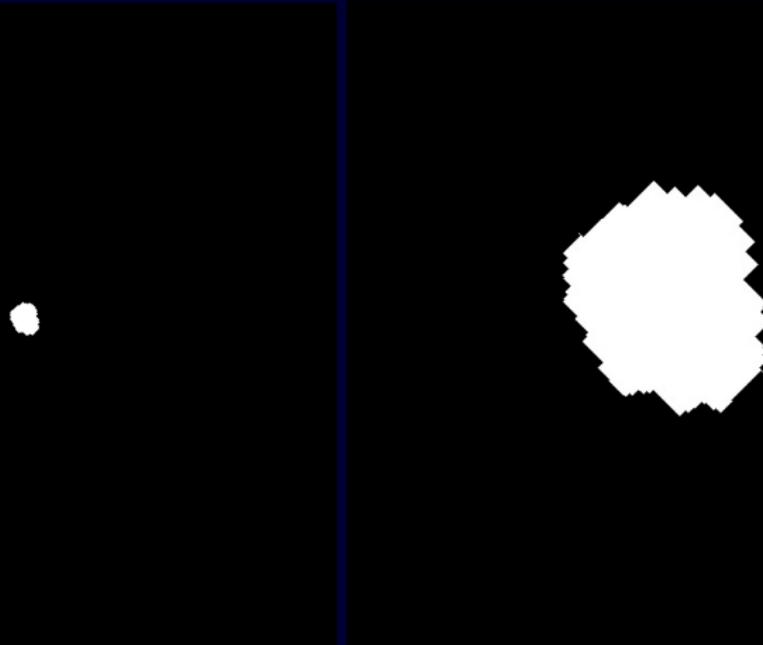
Примеры (M13)

Оригинал с предыдущей маской:



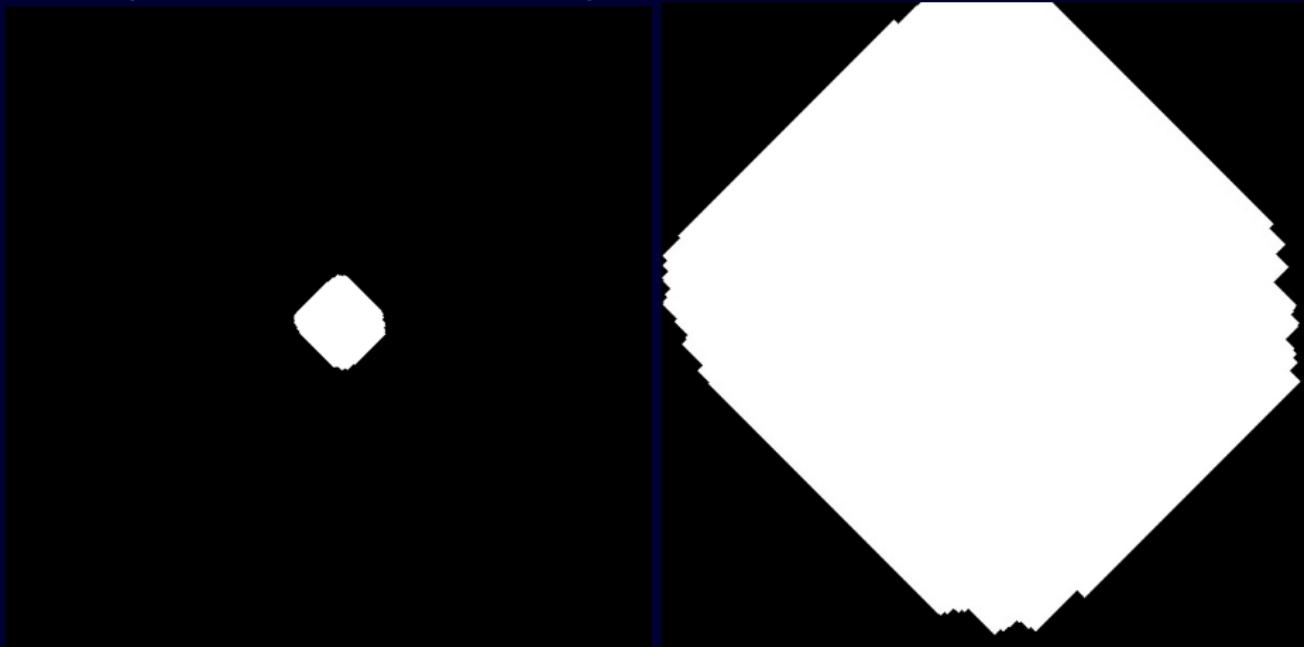
Примеры (М13)

Двадцатипятикратная эрозия:



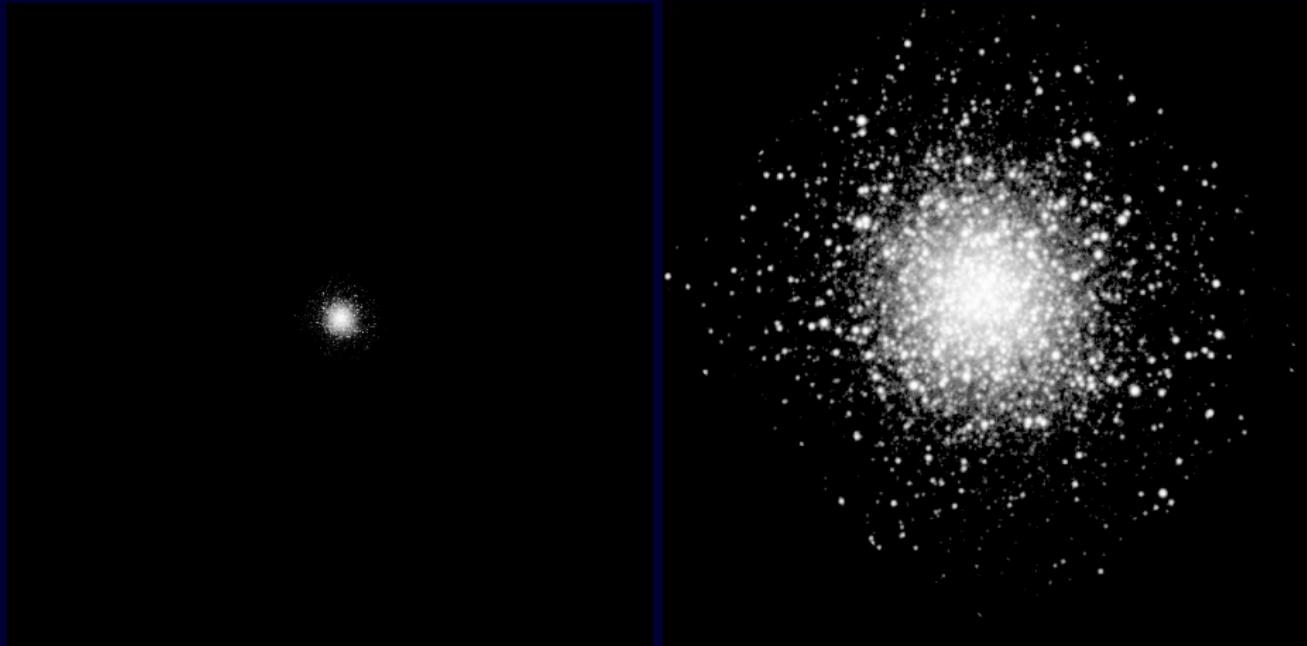
Примеры (М13)

Маска (25 эрозий и 200 дилатаций):



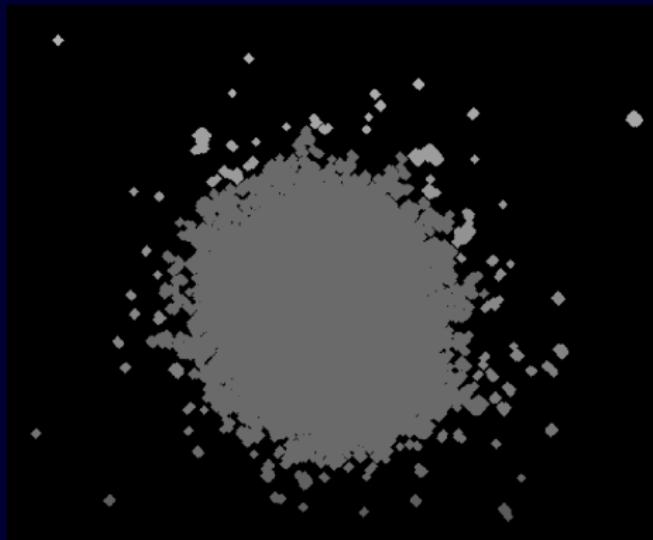
Примеры (М13)

Оригинал с предыдущей маской:



Примеры (М13)

Выделенные объекты (размыкание $\times 4$ и $\times 10$; 237 и 9 объектов в поле соответственно):



Обнаружение линий, точек и перепадов

Точки — лапласиан, линии, перепады — градиент

-1	+1	+1
-1	-2	+1
-1	+1	+1

0°

+1	+1	+1
-1	-2	+1
-1	-1	+1

45°

Prewitt



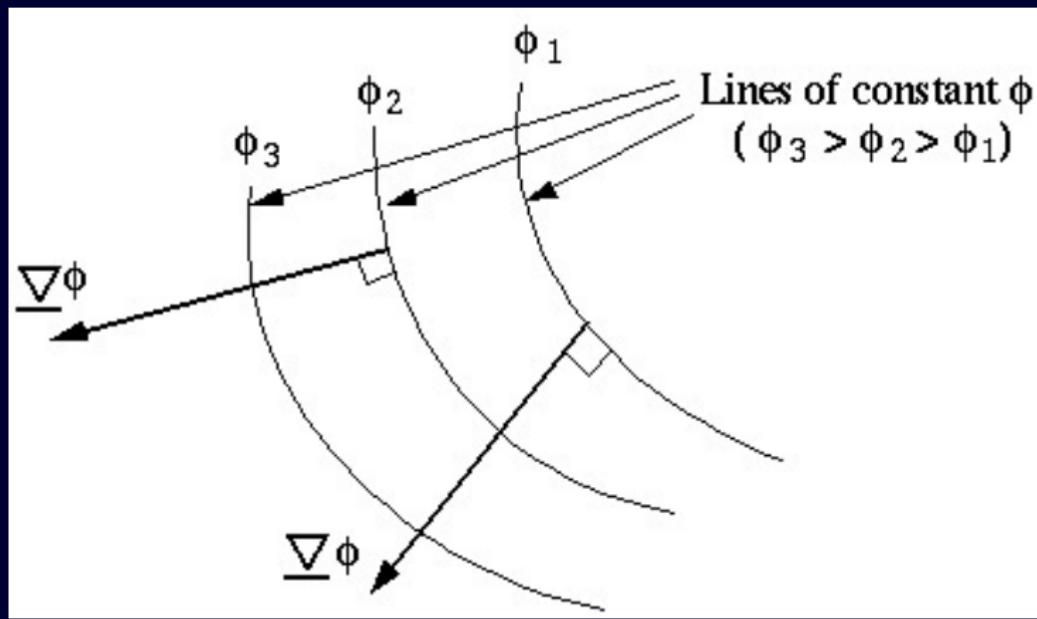
Обнаружение линий, точек и перепадов

	0°			45°		
Sobel	-1	0	1	0	1	2
Kirsch	-3	-3	5	-3	5	5
Rabinson	-1	0	1	0	1	1
	-1	0	1	-1	0	1
	-1	0	1	-1	-1	0

Обнаружение линий, точек и перепадов

Градиент

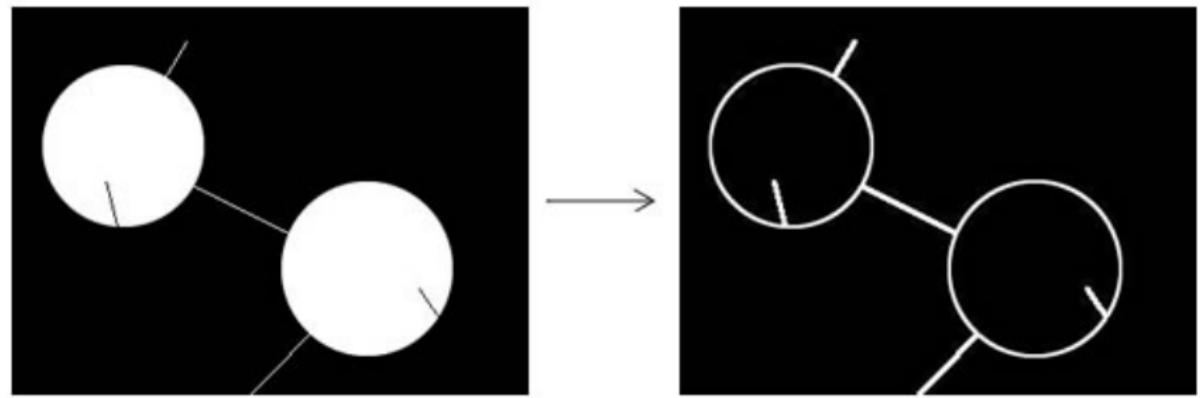
$$\nabla \vec{f} = (f'_x, f'_y) = (f(x+1, y) - f(x, y), f(x, y+1) - f(x, y))$$



Выделение границ

Морфологический градиент

$$\beta(A) = A \setminus (A \oplus B) \quad \beta'(A) = (A \oplus B) \setminus A \quad \beta''(A) = (A \oplus B) \setminus (A \ominus B)$$



Morphological Gradient

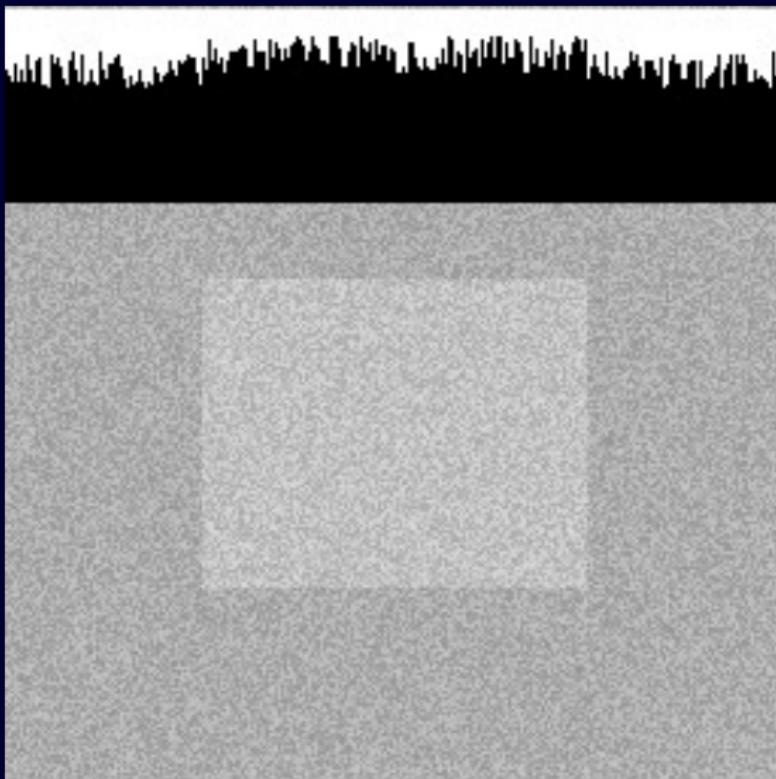
Выделение границ

Canny

- 1 Размытие изображения гауссовым фильтром.
- 2 Вычисление частных производных I'_x и I'_y (Робертс, Собель, Прюитт, LoG, DoG...) и компонентов градиента: $M = \sqrt{(I'_x)^2 + (I'_y)^2}$, $\theta = \arctg I'_y / I'_x$.
- 3 Пороговое преобразование M : $M_T = M$, если $M > T$, иначе $M_T = 0$.
- 4 Обнуление немаксимальных M_T по направлению θ (по двум соседям).
- 5 Получение двух пороговых значений: M_{T_1} и M_{T_2} ; $T_1 < T_2$.
- 6 Заполнение пропусков в M_{T_2} по соседним значениям в M_{T_1} .



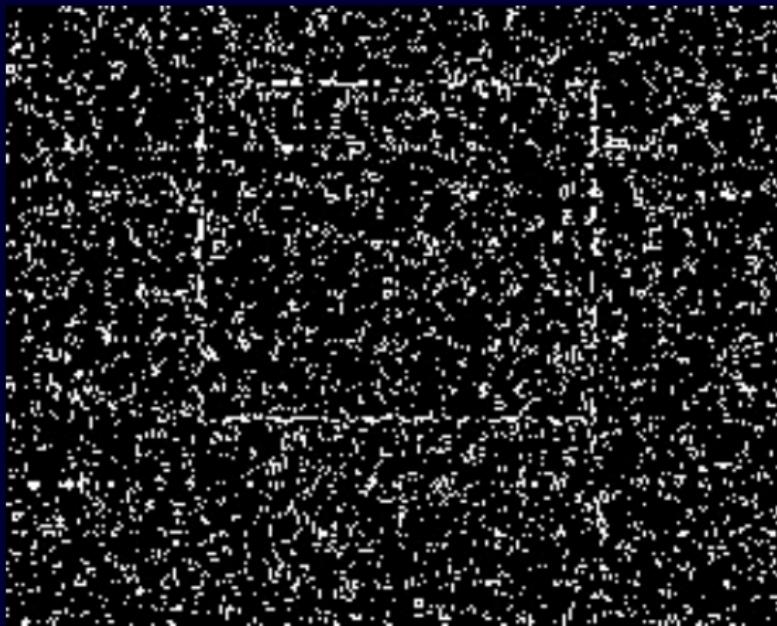
Выделение границ



Образец

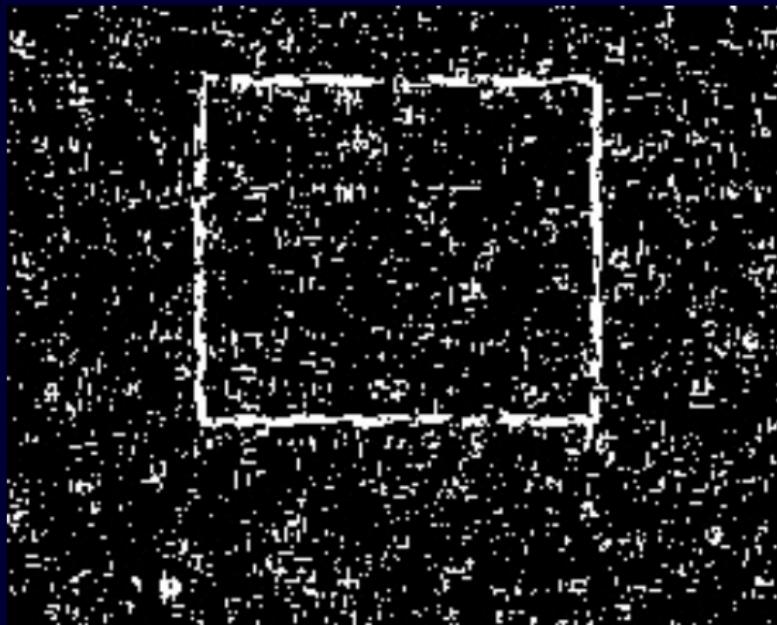


Выделение границ



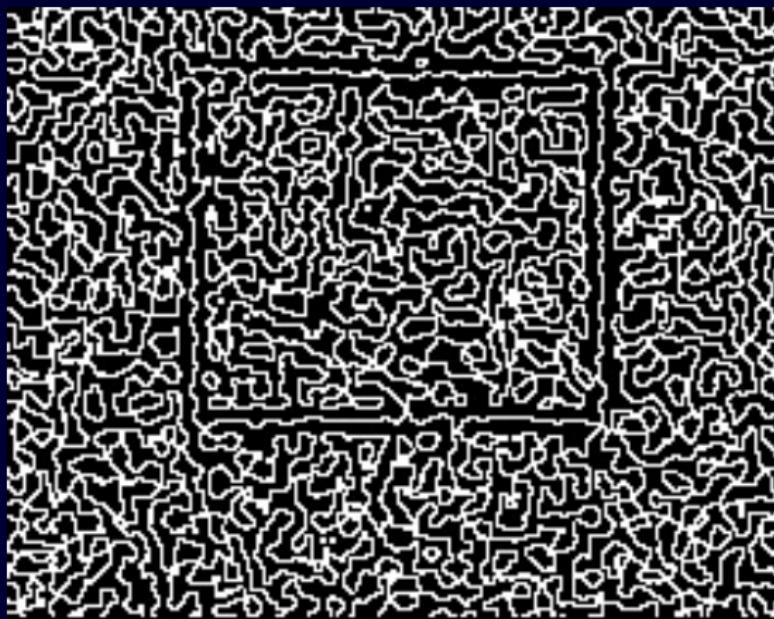
Sobel

Выделение границ



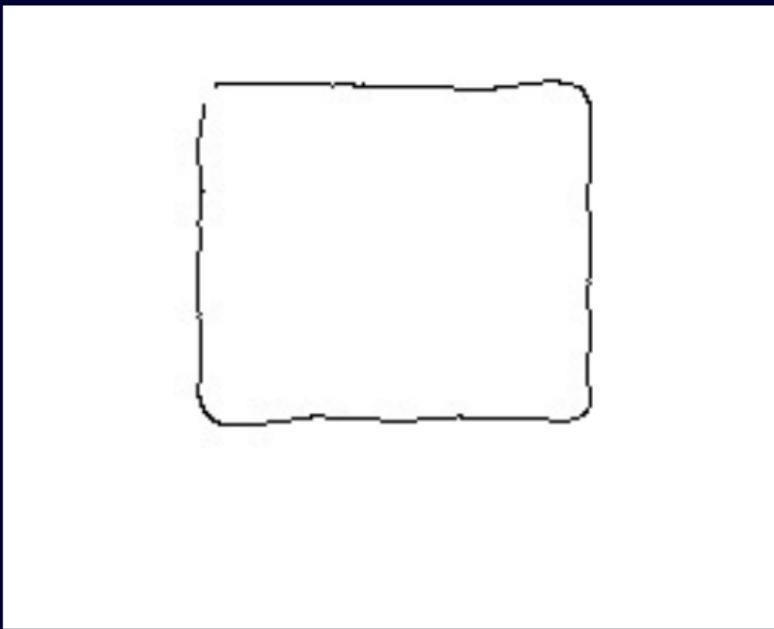
Prewitt

Выделение границ



DoG

Выделение границ

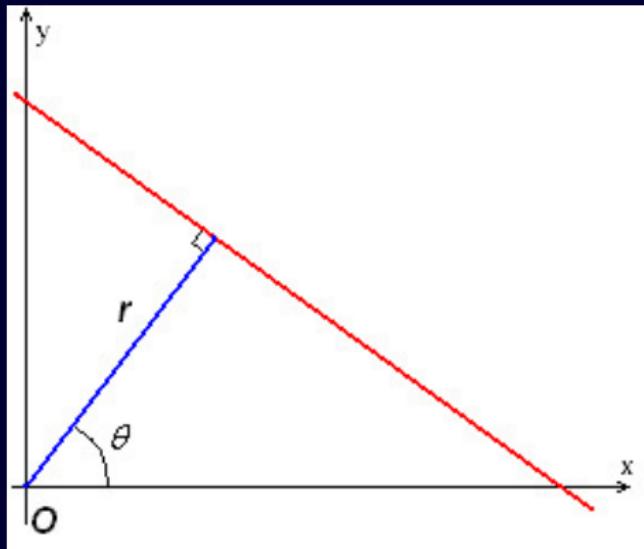


Canny, $\sigma = 5$, $T_1 = 0.8$, $T_2 = 0.95$

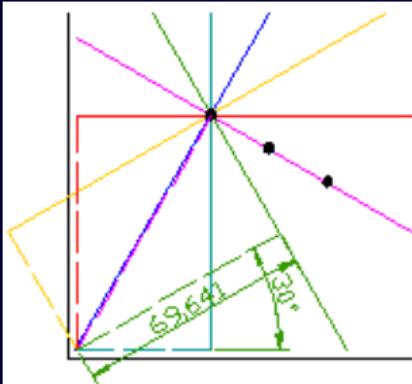
Обнаружение прямых и окружностей

Преобразование Хафа

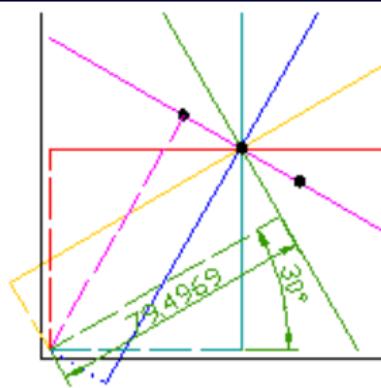
$$r = x \cos \theta + y \sin \theta$$



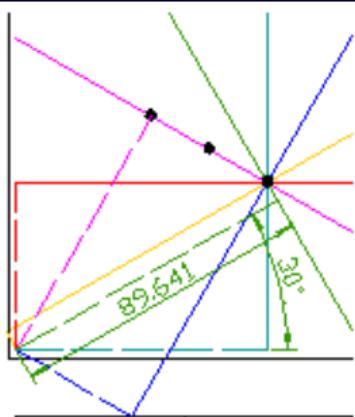
Обнаружение прямых и окружностей



Angle	Dist.
0	40
30	69.6
60	81.2
90	70
120	40.6
150	0.4

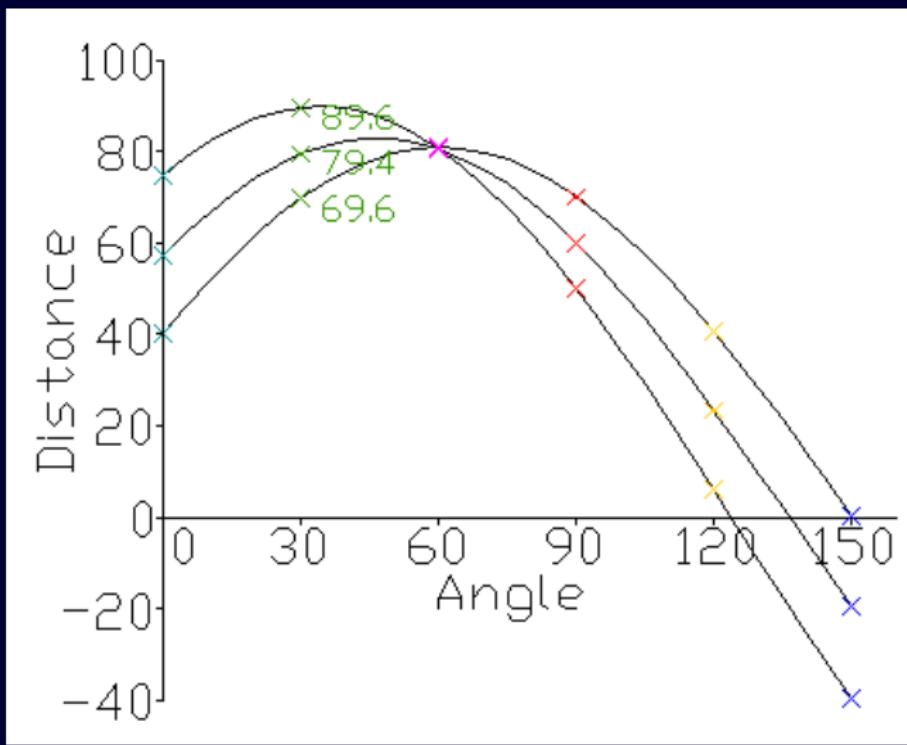


Angle	Dist.
0	57.1
30	79.5
60	80.5
90	60
120	23.4
150	-19.5



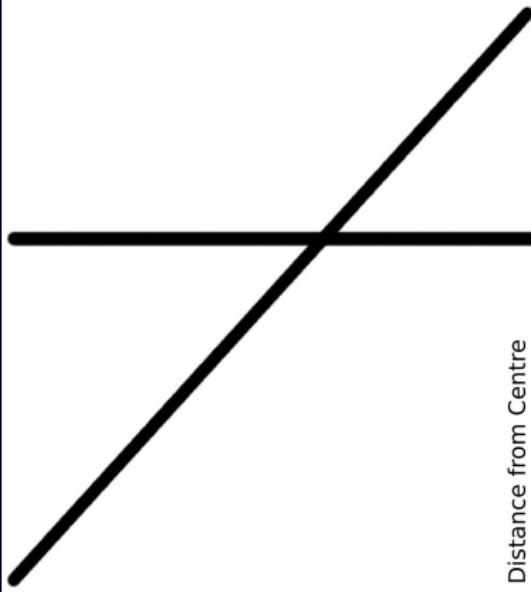
Angle	Dist.
0	74.6
30	89.6
60	80.6
90	50
120	6.0
150	-39.6

Обнаружение прямых и окружностей

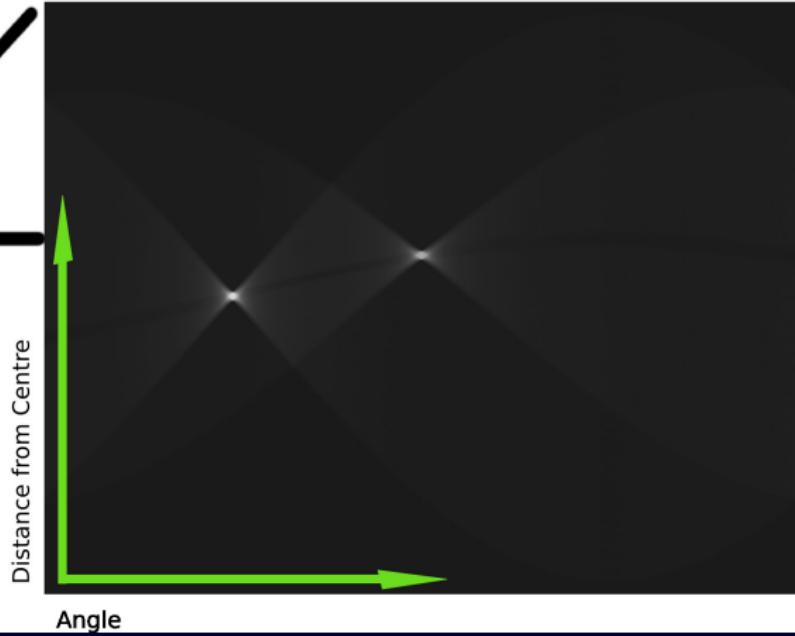


Обнаружение прямых и окружностей

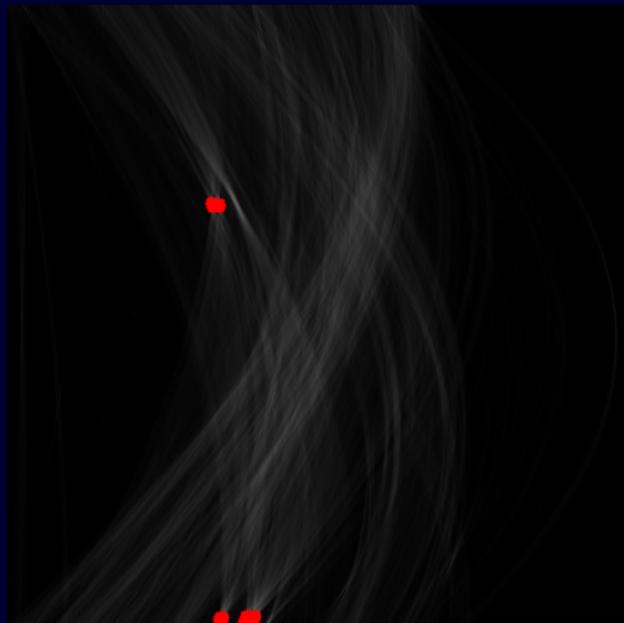
Input Image



Rendering of Transform Results



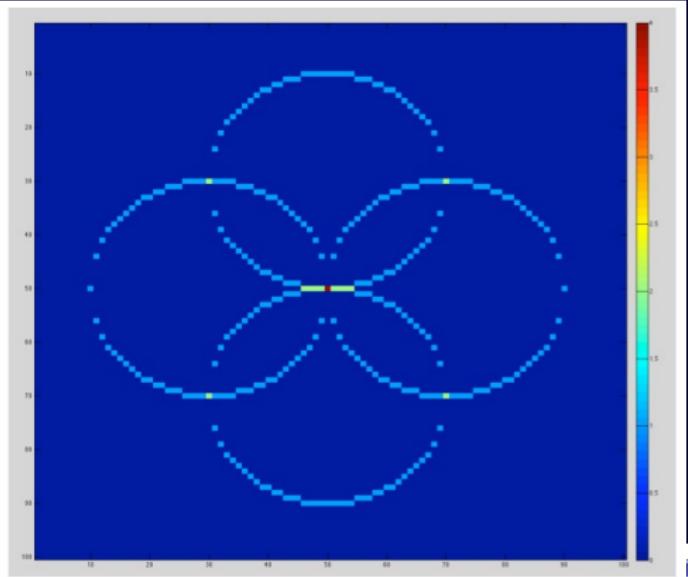
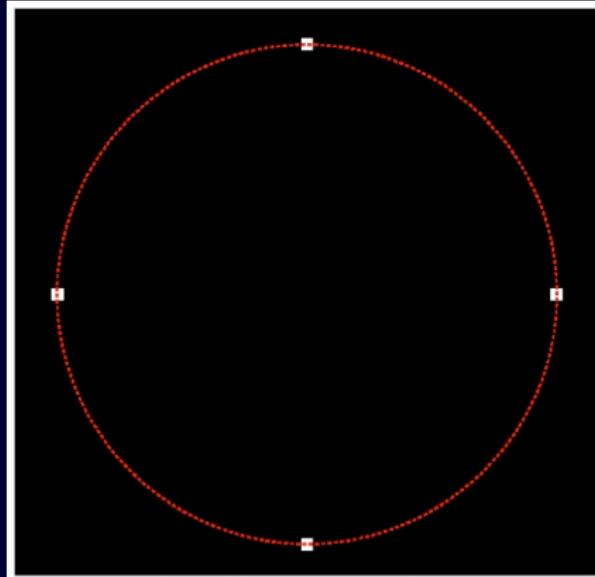
Обнаружение прямых и окружностей



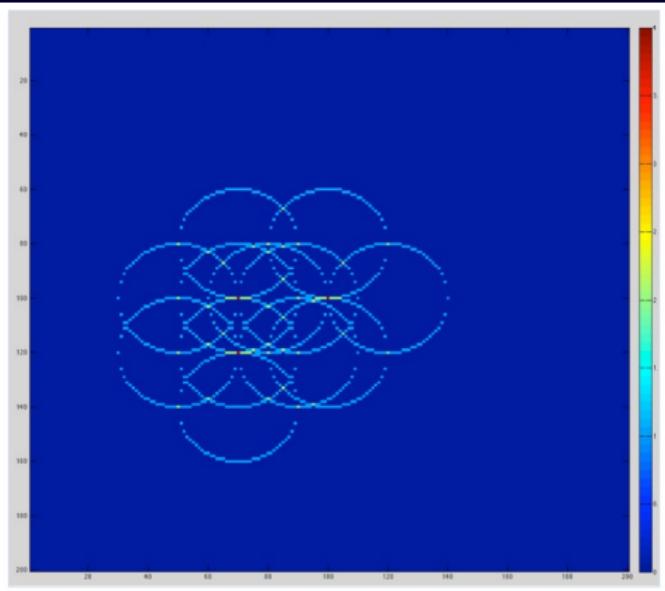
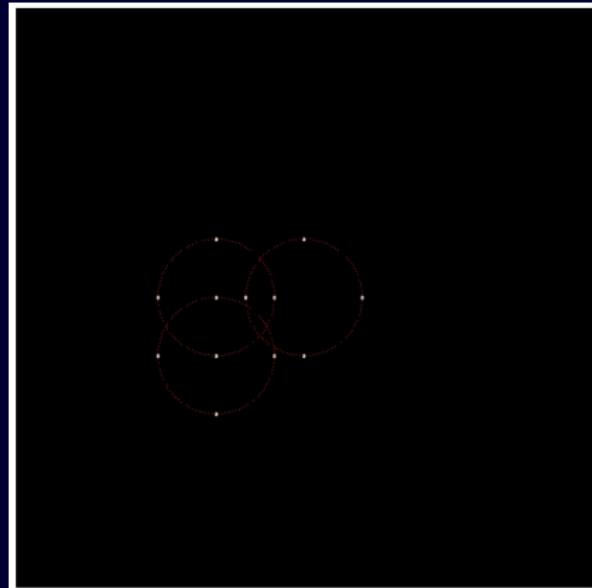
Обнаружение прямых и окружностей

Преобразование Хафа для поиска окружностей

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2$$



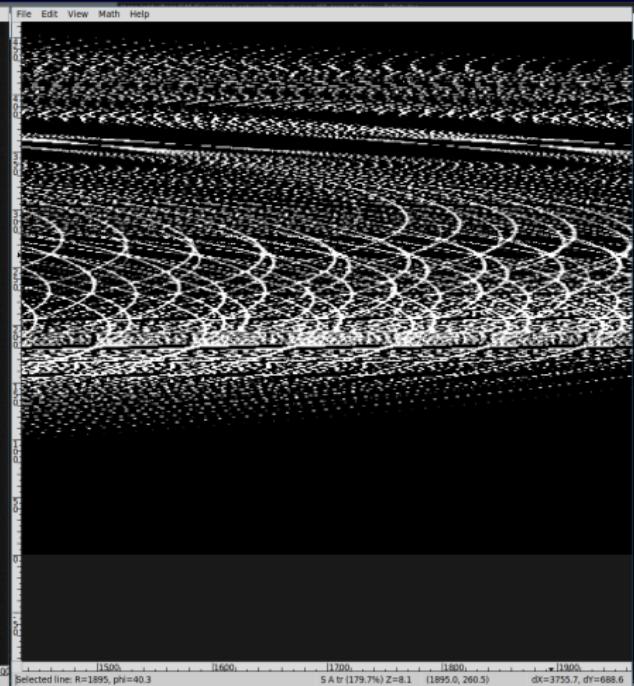
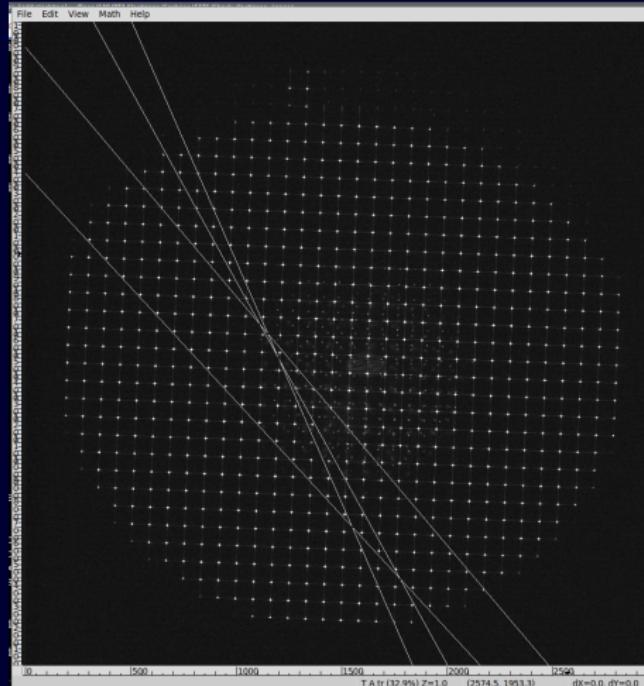
Обнаружение прямых и окружностей



Трехмерный массив в случае неизвестных центра и радиуса.

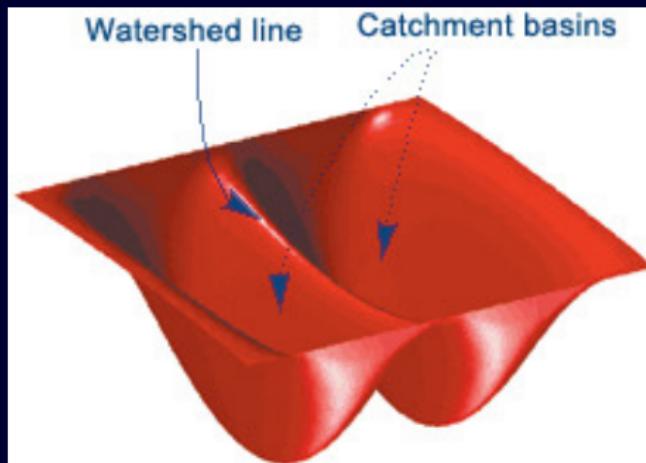


Пример: датчик волнового фронта



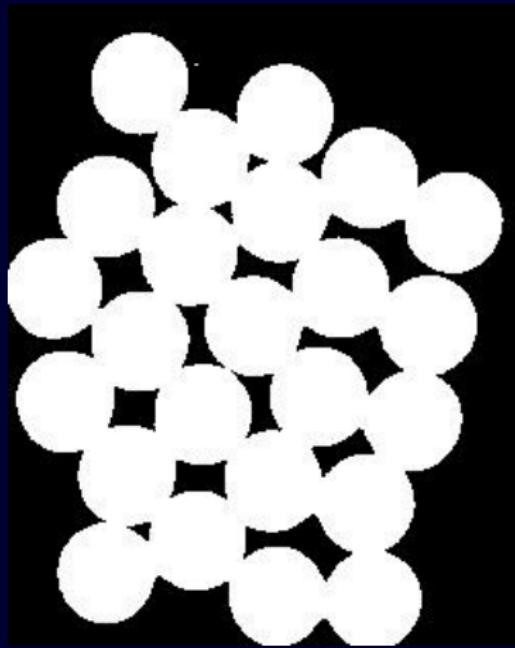
Сегментация по морфологическим водоразделам

Бинарные изображения: итеративные дилатации с построением перегородок в местах образовавшихся пересечений.



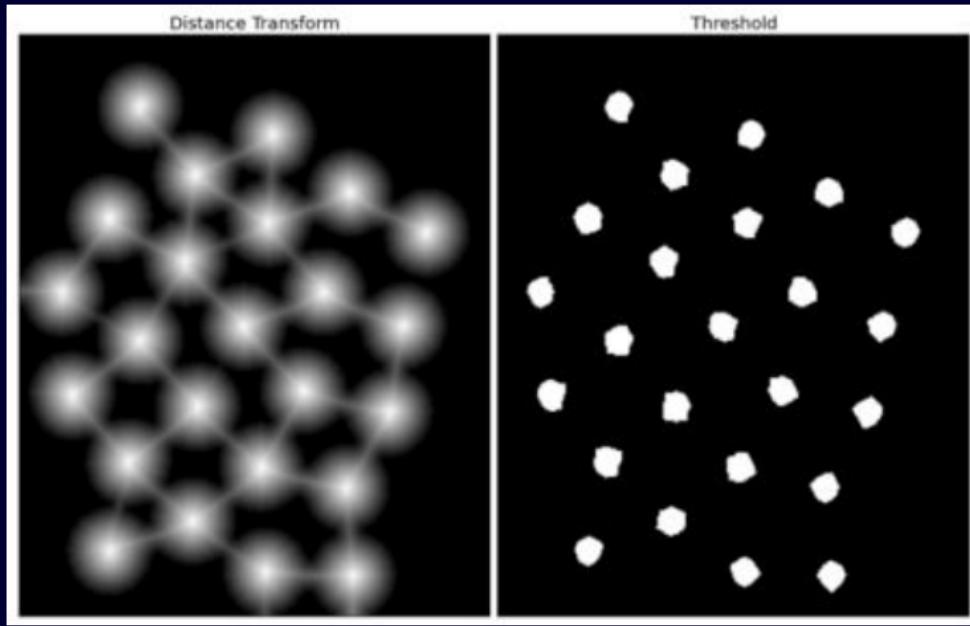
Сегментация по морфологическим водоразделам

Бинарные изображения: преобразования расстояний



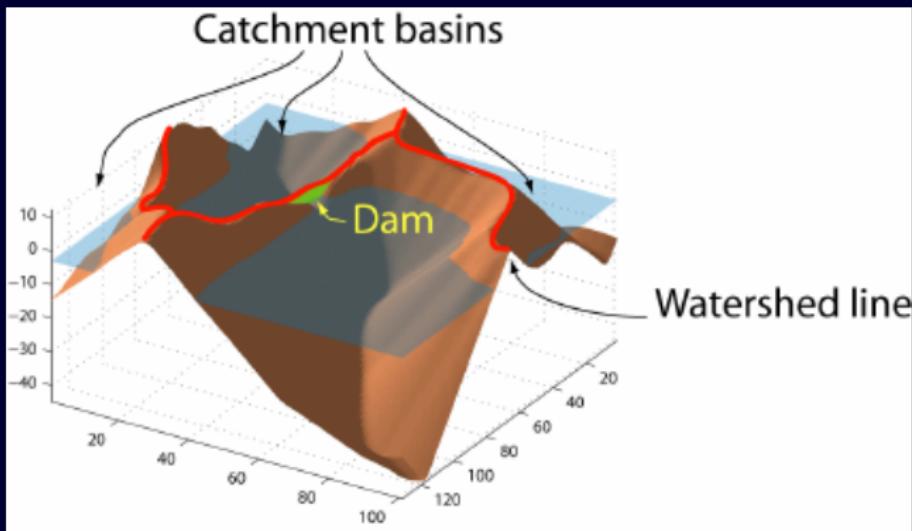
Сегментация по морфологическим водоразделам

Бинарные изображения: преобразования расстояний



Сегментация по морфологическим водоразделам

В общем случае: различные алгоритмы заполнения.



Спасибо за внимание!

mailto

eddy@sao.ru

edward.emelianoff@gmail.com

Литература

- Gonzalez & Woods. Digital Image Processing, 3rd edition. 2008.
- Gonzalez & Woods & Eddins. Digital Image Processing Using MATLAB, 2nd edition. 2009.
- http://www.imageprocessingplace.com/root_files_V3/tutorials.htm

