

# Задания для самостоятельной работы по дисциплине «Компьютерная обработка результатов измерений»

*Емельянов Эдуард Владимирович*

2021-04-06

Внимание! Во всех заданиях вместо  $\mathfrak{N}$  необходимо вставить число, соответствующее номеру вашего варианта.

Для решения заданий может использоваться любая привычная вам среда обработки данных. В качестве отчета требуется предоставить архив с исходным файлом в формате  $\LaTeX$ и сопутствующими файлами (графика, собственный стилевой файл и т.п.). В отчете привести полученные графики, изображения и численные результаты, при необходимости сделать краткий вывод.

## 1 Статистика и вероятность. Случайные величины и распределения

1. Найдите сумму, разность, произведение и частное матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & \mathfrak{N} & 4 \\ 9 & 8 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 5 & \mathfrak{N} & 1 \\ 0 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Найдите определители исходных и получившихся матриц (команда `det(A)`).

2. Получите сигнал с амплитудной модуляцией (из примера). Добавьте к нему гауссов белый шум с SNR  $15 + 5 \cdot \mathfrak{N}$  дБ. Постройте отдельно графики всех полученных сигналов.

Для полученного сигнала найдите следующие характеристики: математическое ожидание (`mean`), среднее квадратичное отклонение (`std`), медиану (`median`) и моду (`mode`). Найдите аналогичные величины для разности между зашумленным и оригинальным сигналом. Сравните полученные величины с теоретическими.

## 2 Теория физических измерений. Систематические и случайные погрешности

1. Известно, что некоторая зависимость (см. таблицу ниже) имеет вид  $y = ax \sin(x) - b \ln(x)$ . Определите коэффициенты  $a$  и  $b$  и постройте данную кривую с более детальным отображением (на векторе  $[1:0.05:10]$ ). Подсказка: сразу же задайте вектора  $x$  и  $y$  как столбцы; матрица  $X$  задается командой  $X=[x.*\sin(x) \quad -\log(x)]$ .

<b>x</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>y</b>	-0.68	8.41	-23.0	-37.2	-73.2	-39.7	9.14	21.0	7.97	-72.5

( $a = 7.72$ ,  $b = 14.8$ ).

2. Промоделируйте эксперимент измерения ста значений функции  $y = \mathfrak{N}x^3 + 3.4x^2 - 1.1\mathfrak{N}x + 9.2$  и восстановления коэффициентов зависимости. Для этого создайте вектор аргумента  $x=[1:100]$ , получите по формуле соответствующий вектор функции  $y\_ideal$ , а из него — зашумленный результат  $y$  с  $SNR=25$  дБ.

Методом `polyfit` — `polyval` получите значения коэффициентов. Отобразите на графике точками исходные данные и непрерывной линией полученный аппроксимацией результат.

3. Аналогично предыдущему заданию составьте модель эксперимента по измерению амплитуды напряжения в контуре, испытывающем колебания с основной частотой  $\Omega = 1000$  Гц и двумя гармониками  $\Omega \pm \omega$ , где  $\omega = 74$  Гц. Известно, что суммарное колебание описывается приближенной формулой  $U = 100\mathfrak{N} \sin(\Omega t) + 50\mathfrak{N} \sin(\omega t) - 33\mathfrak{N} \cos(\omega t)$ . Создайте интервал времен  $t=[0: 0.06: 120]$ . Для получения идеальных значений  $U$  положите  $a = 361$ ,  $b = 117$ ,  $c = 92$ . Отношение сигнал/шум при получении зашумленного сигнала выберите равным 20 дБ.

Восстановите значения коэффициентов  $a$ ,  $b$  и  $c$ .

## 3 Теория оценок

1. Определите давление в цилиндре с газом, исходя из закона Менделеева–Клапейрона:  $pV = mRT/\mu$ , если известно, что масса газа  $m = 2\mathfrak{N}$  грамм,  $\mu = 29$  г/моль,  $R = 8.31$ , а объем и температуру газа измеряли в течение минуты, получив следующие значения:

Величина	Значение									
$V$ , л	2.27	2.27	2.26	2.25	2.26	2.27	2.29	2.28	2.25	2.28
$T$ , К	399.4	399.1	399.3	396.8	399.5	400.2	400.6	403.0	399.2	401.3

Считайте, что за это время давление газа не успело сколь-нибудь значительно измениться. Определите погрешности измерения величин  $V$  и  $T$ . Считая, что остальные величины являются постоянными, определите косвенную погрешность измерения  $p$ .

Для удобства вычислений *создайте скрипт, позволяющий для заданного ряда данных получить математическое ожидание, среднеквадратичное отклонение и относительную ошибку.*

Запишите результат в виде  $p = \bar{p} \pm \sigma_p$ .

2. Для определения емкости  $C$  неизвестного конденсатора при помощи осциллографа исследовали затухающий импульс, возникающий при разрядке конденсатора через резистор  $R = \mathfrak{N}$ кОм. По показаниям осциллографа были записаны следующие значения тока:

$t, \text{с}$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$I, \text{А}$	1.00	0.72	0.52	0.37	0.26	0.19	0.14	0.10	0.07	0.04	0.03

Известно, что погрешность считывания значений тока с экрана осциллографа составляет  $\sigma_I = (0.01/\mathfrak{N})$  А. Кроме того, известно что сопротивление резистора известно с точностью 5%. Из формулы  $I = I_0 \exp(-t/[RC])$  определите погрешность измерения емкости конденсатора.

Методом наименьших квадратов определите значение емкости конденсатора, исходя из уравнения  $t = -RC \ln I$  (составьте матрицу  $X = -R \cdot \log(I)$ ) и найдите решение:  $C = X \backslash t$ . Запишите ответ в виде  $C = \bar{C} \pm \sigma_C$ .

Для увеличения точности эксперимента было проведено еще одно измерение, результаты которого несколько отличались от предыдущих:

$t, \text{с}$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$I, \text{А}$	1.00	0.75	0.56	0.41	0.30	0.23	0.17	0.12	0.10	0.07	0.05

Проверьте нулевую гипотезу о равенстве средних в обоих опытах. Определите величину емкости во втором случае.

Столь большое различие емкостей, полученных в результате двух независимых экспериментов, заставило предположить, что в результате длительной эксплуатации резистор  $R$  нагрелся, что вызвало увеличение его сопротивления. Считая емкость конденсатора прежней, определите сопротивление резистора во втором случае.

## 4 Системы линейных уравнений. Степенные уравнения. Дифференциальные уравнения

1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = \mathfrak{N}; \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 2; \\ x_1 - 3x_2 + \mathfrak{N}x_3 = 3. \end{cases}$$

2. Решите (аналитически) уравнение  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ .

Найдите решение этого уравнения при  $a = \mathfrak{N}$ ,  $b = 2$ ,  $c = 3$  двумя способами: при помощи функции `subs` и функции `roots`.

3. Найдите решение уравнения

$$(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + 12y = 0$$

с начальными условиями  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = \mathfrak{N}$ . Попробуйте решить, используя преобразования Лапласа.

## 5 Анализ временных рядов. Фурье и вейвлет-анализ

1. Затабулируйте функцию  $y = 10^x$  на отрезке  $[2, 4]$  с шагом 0.05. Вычислите теперь при помощи этой таблицы значение произведения  $X = 1097 \cdot (2500 + 100\mathfrak{N})$  (воспользуйтесь свойством логарифмов). Для нахождения значений  $\ln 1097$  и  $\ln 1013$  воспользуйтесь аппроксимацией сплайнами. Аналогично, при помощи аппроксимации сплайнами вычислите  $X$ .
2. Создайте вектор-сигнал, представляющий собой сумму двух синусоид с  $\nu_1 = (50 + \mathfrak{N})$  Гц и  $\nu_2 = (170 - 2\mathfrak{N})$  Гц на промежутке  $t \in [0, 0.25]$  с с периодом дискретизации 0.001 с. Добавьте к нему аддитивного нормального шума:

$$y = y + 2 * \text{randn}(\text{size}(t));$$

Постройте спектр итогового сигнала, определите по спектру частоты исходных сигналов.

3. Создайте зашумленную копию лабораторного сигнала с  $S/N = -10$  дБ. Выделите полезный сигнал при помощи вейвлет-фильтрации (подходящий базис подберите самостоятельно).

## 6 Обработка изображений

1. Для пробного изображения постройте преобразования методом эквализации гистограммы с функциональными зависимостями для функции  $f(x)$  ( $x = [1:256]$ ).  
Значения  $f(x)$  по вариантам:  $\sin(x)$  (1, 6),  $\cos(x)$  (2, 7),  $\exp(x)$  (3, 8),  $\ln(x)$  (4, 9),  $\exp(-x^2)$  (5, 10).
2. Создайте изображение шахматной доски с размером ячейки  $20 \times 20$  пикселей. Смажьте изображение на  $2\mathfrak{N}$  точек под углом  $45^\circ$ . Добавьте гауссова шума с математическим ожиданием 0 и среднеквадратичным отклонением 0.01. Отфильтруйте изображение при помощи простого винеровского фильтра и винеровского фильтра с учетом автокорреляционных функций. Сравните результаты.
3. Для пробного изображения постройте маску, выделяющую протяженные объекты (туманности, ядра галактик и скоплений) при помощи морфологических преобразований. Определите количество найденных объектов методом поиска  $\delta$ -связных областей. Умножьте исходное изображение на маску и сохраните результат.
4. Постройте фильтр лапласиана гауссианы  $50 \times 50$  пикселей с полушириной  $\mathfrak{N}$  пикселей. Сравните производительность свертки пробного изображения с этим фильтром непосредственной реализацией свертки и реализацией свертки через преобразование Фурье.  
Примените к пробному изображению наиболее подходящий с вашей точки зрения фильтр в частотной области для улучшения его визуализации.