

Компьютерная обработка результатов измерений

Лекция 7.1. Обработка изображений

Емельянов Эдуард Владимирович

Специальная астрофизическая обсерватория РАН
Лаборатория обеспечения наблюдений

31 марта 2021 года



- 1 Цифровые изображения
- 2 Математический аппарат
- 3 Пространственные и градационные преобразования
- 4 Частотные преобразования



Цифровые изображения

Изображение представляет собой двумерную функцию $f(x, y)$, где x и y — пространственные координаты, а уровень f называется **интенсивностью** изображения в данной точке (цветное изображение является совокупностью по крайней мере трех функций $r(x, y)$, $g(x, y)$ и $b(x, y)$). Если величины x , y и f принимают дискретные значения, говорят о *цифровом изображении*. Элементарная единица цифрового изображения называется **пикселем**.

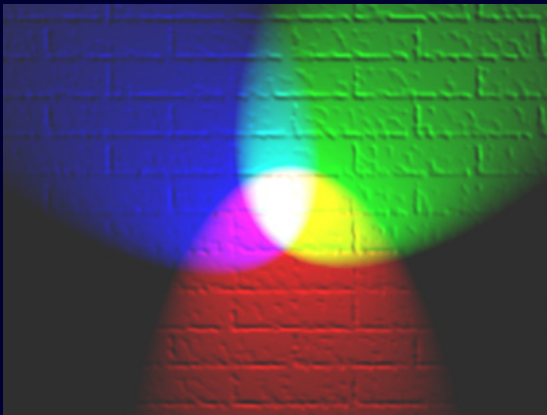
Дискретизация

Процедуру квантования (**дискретизации**) квазинепрерывного изображения $I_0(X, Y)$ можно представить в виде:

$$I(x, y) = \text{round} \left(\frac{2^N - 1}{I_{\max}} \int_{S_{x,y}} I_0(X, Y) dXdY \right) + \delta_{x,y}.$$



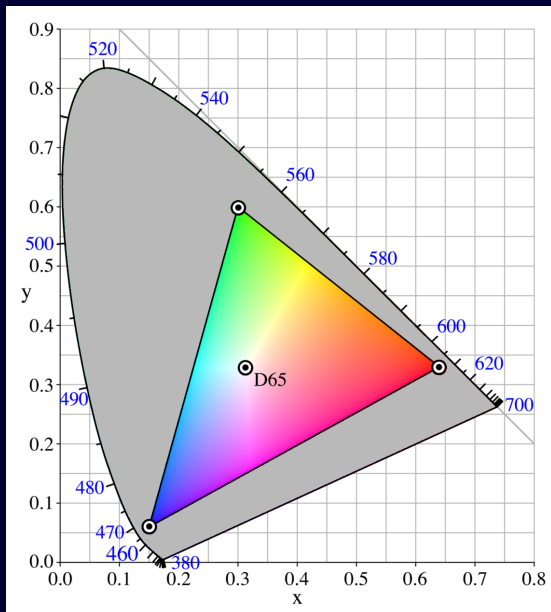
RGB-модель



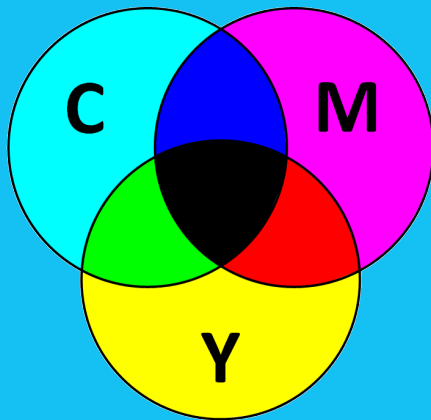
Аддитивная RGB-модель



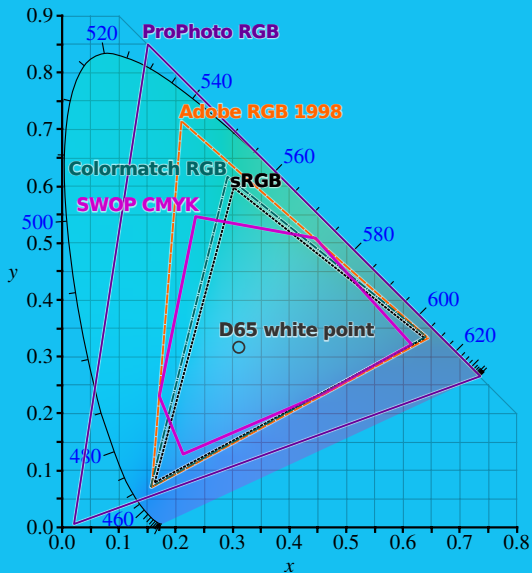
RGB-модель

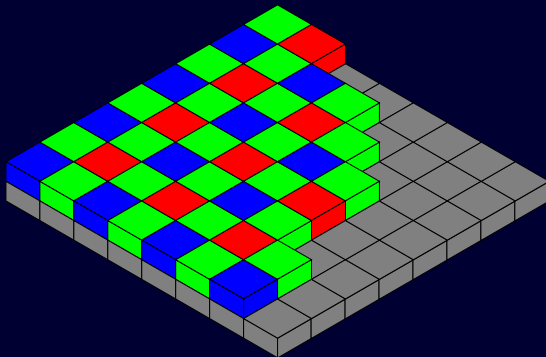


CMYK-модель



CMYK-модель

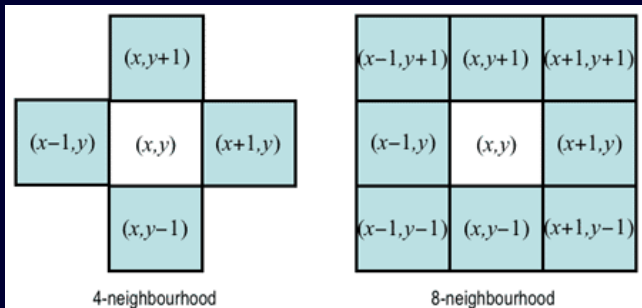




Маска Байера



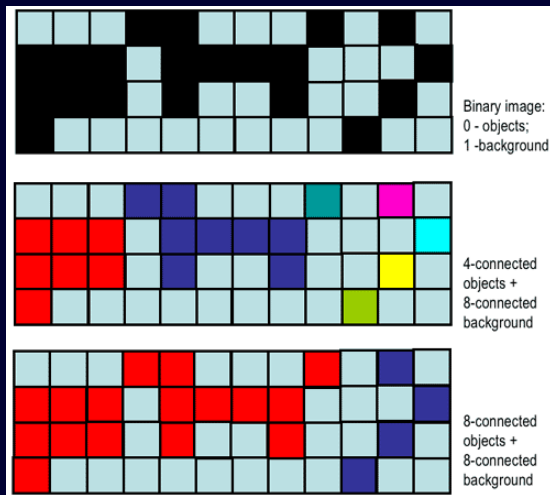
Математический аппарат



Соседство



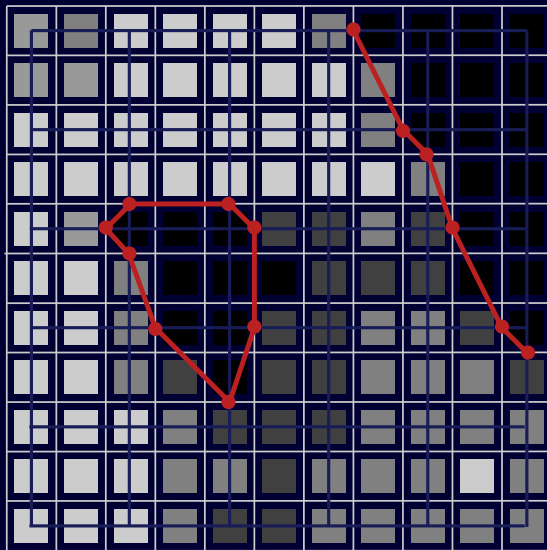
Математический аппарат



Связность



Математический аппарат



Границы, контуры



Расстояние

- Евклидово: $D_{e(p,q)} = \sqrt{(x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2}$.
- Метрика L_1 : $D_4(p, q) = |x_p - x_q| + |y_p - y_q|$.
- Метрика L_∞ : $D_8(p, q) = \max(|x_p - x_q|, |y_p - y_q|)$.

Поэлементные и матричные операции

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}.$$

Поэлементное произведение:

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{12}b_{12} \\ a_{21}b_{21} & a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Матричное произведение:

$$A \times B = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$



Аффинные преобразования

$$\begin{pmatrix} x' & y' & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & y & 1 \end{pmatrix} \times \mathbf{T}.$$

Тождество: $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$

Масштаб: $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} c_x & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$

Поворот: $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$

Сдвиг: $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{pmatrix},$

Скос y : $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ s_v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$

Скос x : $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & s_h & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$

Отражение x : $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$

Отражение y : $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$

Комбинация преобразований: $\mathbf{M} = \prod_i \mathbf{T}_i$



Пространственные и градационные преобразования

Преобразования в пространственной области работают непосредственно с пикселями изображения:

$$T(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) r(x, y, u, v), \quad \text{где } r - \text{ядро преобразования.}$$

Градационные преобразования ($I \in [0, L - 1]$, $I' = r(I)$)













- негатив: $r = L - 1 - I$;
- логарифмическое: $r = \mathfrak{C} \ln(1 + I)$;
- гамма-коррекция: $r = \mathfrak{C}(L - 1) \cdot i^\gamma$, $i = \frac{I}{L - 1}$;
- кусочно-линейные преобразования (усиление контраста).



Исходное изображение	Седьмая (старшая) битовая плоскость	Шестая битовая плоскость	Пятая битовая плоскость	Четвёртая битовая плоскость
				
	Третья битовая плоскость	Вторая битовая плоскость	Первая битовая плоскость	Нулевая (младшая) битовая плоскость
				

Битовые плоскости



Битовая плоскость	Исходное изображение	Изображение в кодах Грея
Седьмая		
Шестая		
Пятая		
Четвёртая		
Третья		
Вторая		

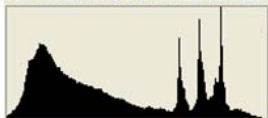
Битовые плоскости в кодах Грея



Histogram Basic Tutorial



Underexposed



Well Exposed

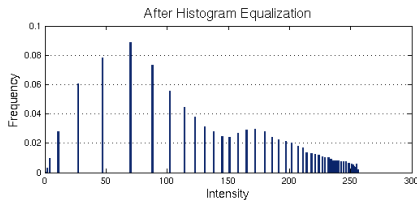
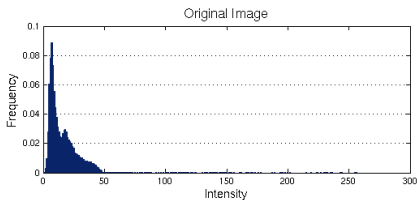
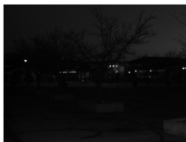


Overexposed



Эквализация гистограммы

$$s_k = (L - 1) \sum_{j=0}^k p_j = \frac{L - 1}{MN} \sum_{j=0}^k n_j.$$

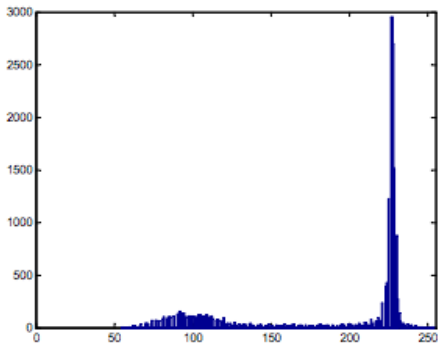


Приведение гистограммы $p_r \rightarrow p_z$

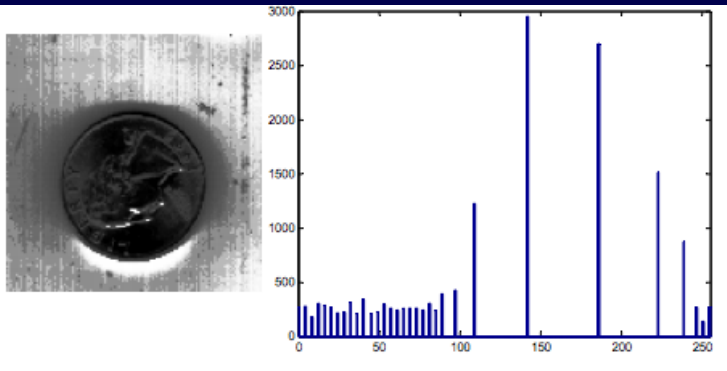
- 1 Получение эквализованной гистограммы, s_k .
- 2 Вычисление функции преобразования $G(z_q) = (L - 1) \sum_{j=0}^q p_z(z_j)$.
- 3 Нахождение для каждого s_k соответствующего значения z_q , для которого $G(z_q)$ наиболее близко к s_k .
- 4 Формирование приведенного изображения.



Локальная гистограммная обработка

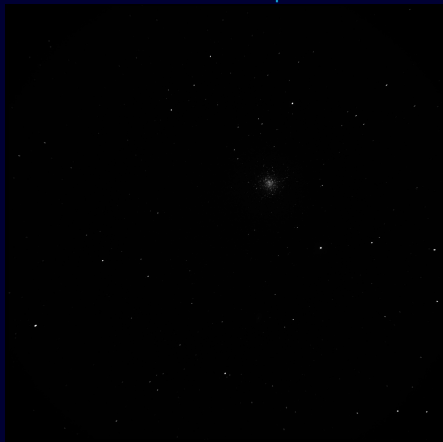


Локальная гистограммная обработка



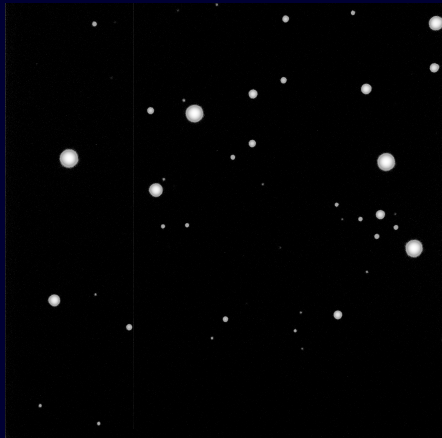
Эквализация гистограммы

М13: без и с эквализацией:



Эквализация гистограммы

M29: без и с эквализацией:



Пространственная фильтрация

$$f = 00010000, \quad w = 12345.$$

Корреляция, $v = f \star w$

0: 0000000100000000
 12345

3: 0000000100000000
 00012345

7: 0000000100000000
 000000012345

a : 000543210000

v : 05432100

Свертка, $v = f * w$

0: 0000000100000000
 54321

3: 0000000100000000
 00054321

7: 0000000100000000
 000000054321

a : 000123450000

v : 01234500



Пространственная фильтрация

Идентичность



$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$f'(x, y)$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Лапласиан



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Лапласиан



$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Резкость



$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Размытие



$$\frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Гаусс



$$\frac{1}{16} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

LoG

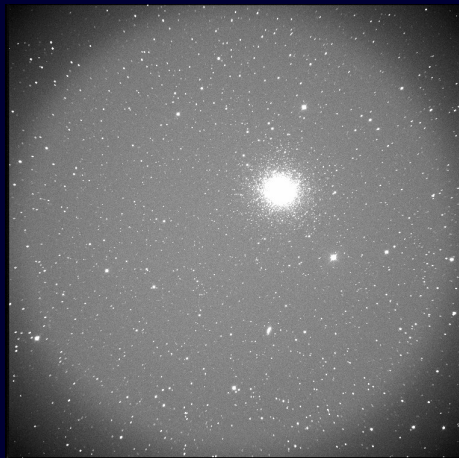


$$\frac{1}{64} \begin{pmatrix} 11 & 27 & 11 \\ 27 & -202 & 27 \\ 11 & 27 & 11 \end{pmatrix}$$



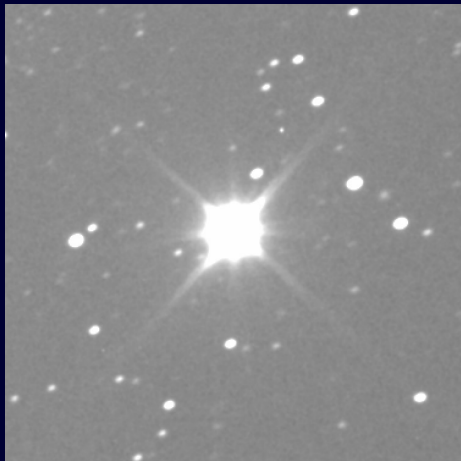
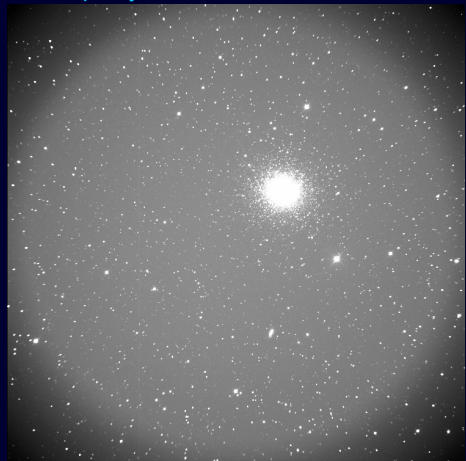
Пространственная фильтрация FITS

Оригинал:



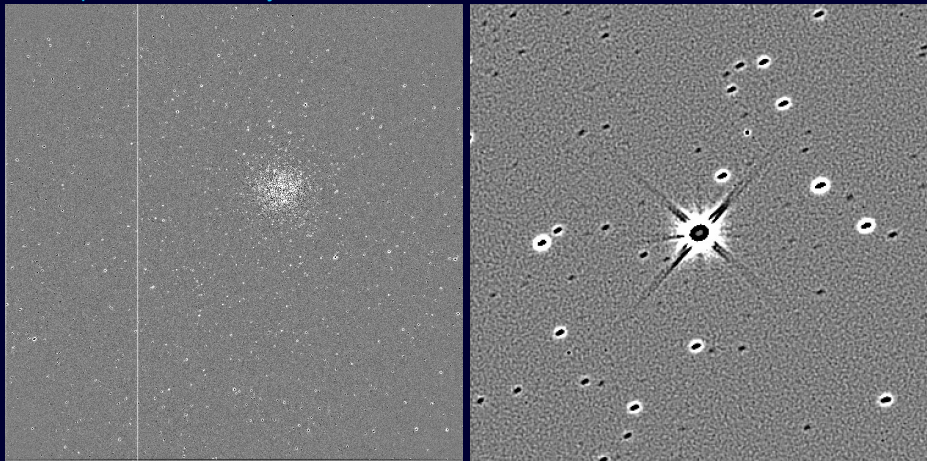
Пространственная фильтрация FITS

Фильтр Гаусса 1×1 пиксель:



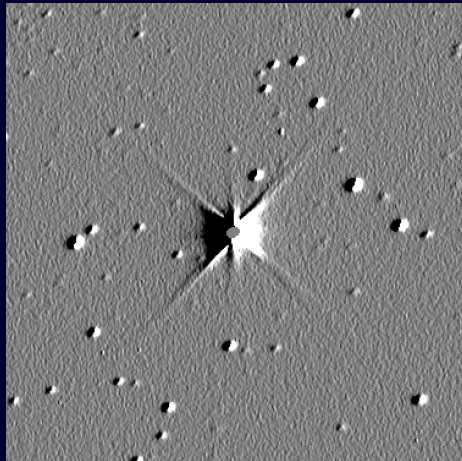
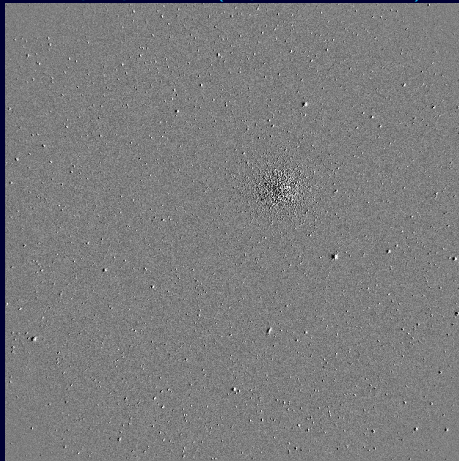
Пространственная фильтрация FITS

Фильтр лапласиана гауссианы 1×1 пиксель:



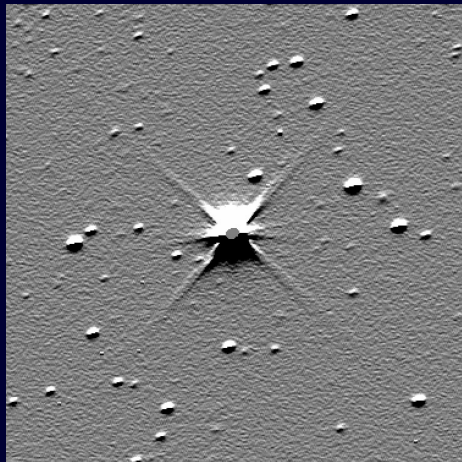
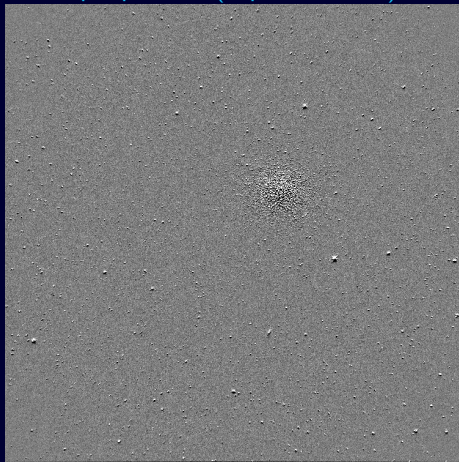
Пространственная фильтрация FITS

Фильтр Прюитта (горизонтальный):



Пространственная фильтрация FITS

Фильтр Прюитта (вертикальный):

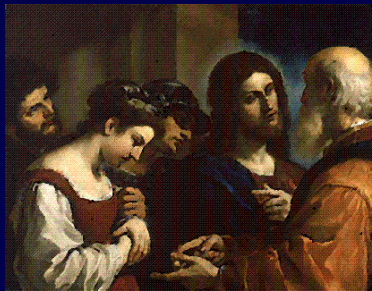
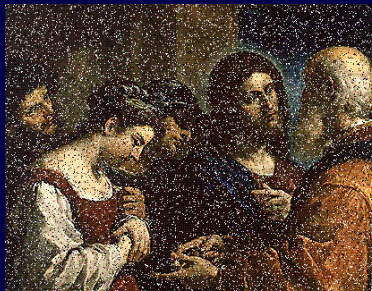


Пространственная фильтрация FITS

Простой градиент (через фильтры Пруитта):



Медианная фильтрация

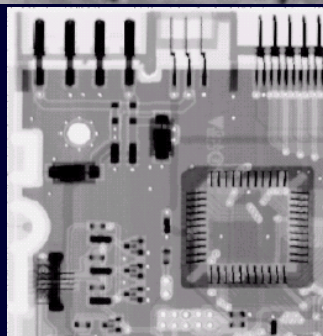
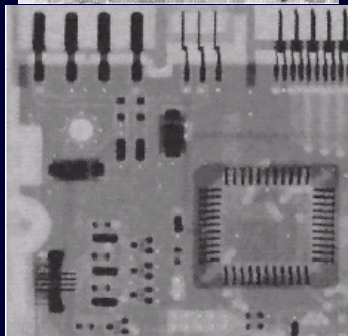
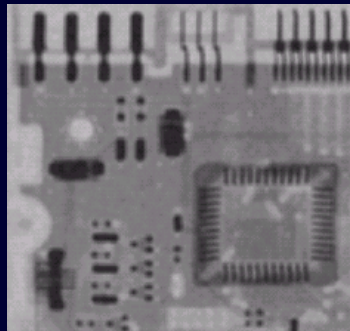
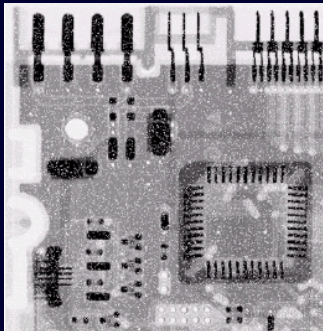


Адаптивный медианный фильтр

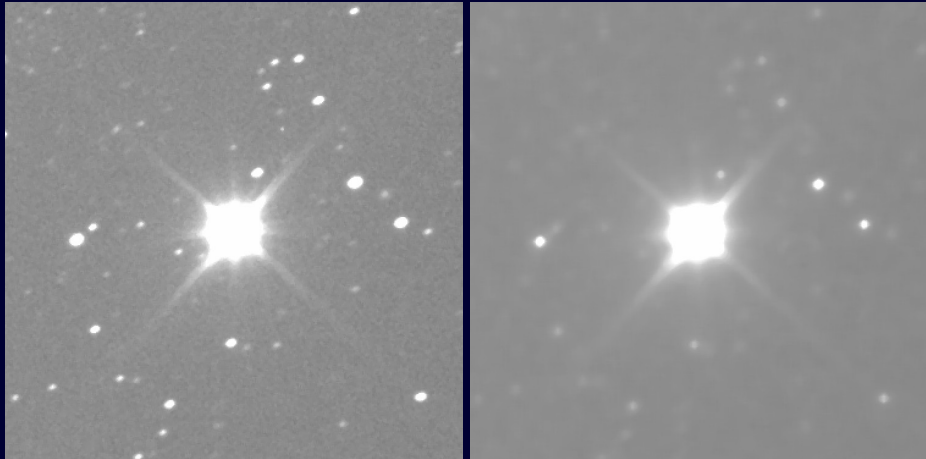
Зона $K \times K$ пикселей, I_{min} , I_{max} , I_{med} , I_{xy} (интенсивность в данной точке), K_{max} – максимальный размер зоны.

- 1 $A_1 = I_{med} - I_{min}$, $A_2 = I_{med} - I_{max}$; если $A_1 > 0$ и $A_2 < 0$ переход на 2, иначе $++K$; если $K < K_{max}$, повторить, иначе вернуть I_{xy} .
- 2 $B_1 = I_{xy} - I_{min}$, $B_2 = I_{xy} - I_{max}$; если $B_1 > 0$ и $B_2 < 0$, вернуть I_{xy} , иначе вернуть I_{med} .

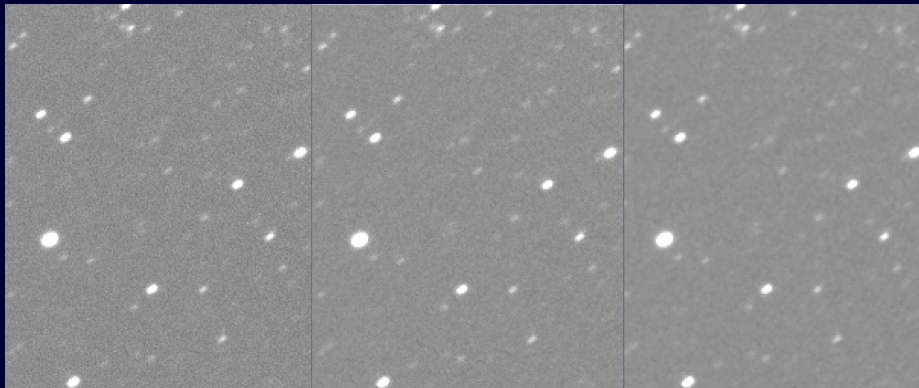




Медианная фильтрация $r = 1$ пиксель и $r = 5$ пикселей:



Оригинал, адаптивная медиана ($r = 1$) и медиана ($r = 1$):

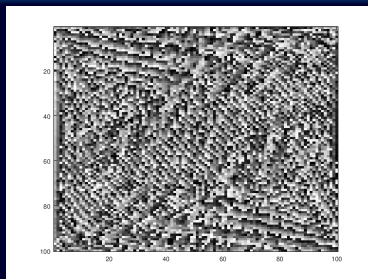
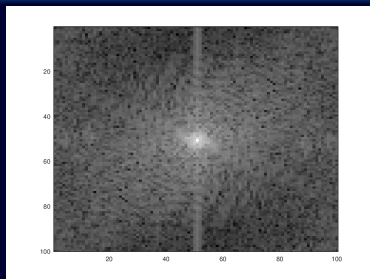


Частотные преобразования

Двумерное ДПФ

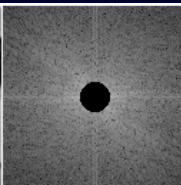
$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \exp\left(-2\pi i\left(ux/M + vy/N\right)\right).$$

$$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) \exp\left(2\pi i\left(ux/M + vy/N\right)\right).$$





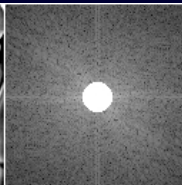
Original image



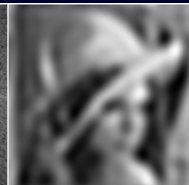
Power spectrum with
mask that filters low
frequencies



Result of inverse
transform



Power spectrum with
mask that passes low
frequencies



Result of inverse
transform



Спасибо за внимание!

mailto

eddy@sao.ru

edward.emelianoff@gmail.com

